Yeni Sınav Sistemine Göre Hazırlanmıştır

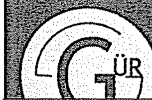
Öğreten matematik Fasikülleri

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

KONU ANLATIMLI

- Hücreleme Tekniği ile Anlatılmış 70 Bölüm
- Öğreten 168 Çözümlü Örnek
- Öğreten 70 Mini Test
- 27 Tarama Testi ve 1000 Soru
- Üniversite Giriş Sınavlarında Çıkmış Sorular

Bu kitap, Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı'nın 14.07.2005 tarih ve 200 sayılı kararı ile belirlenen ortaöğretim matematik dersi programına göre hazırlanmıştır.



Güray KÜÇÜK

SUNUŞ

Sevgili Öğrenciler,

Önünüzde geleceğinizi belirleyecek olan zor bir sınav var. Bu sınavın her zamanki zorluğu yanında artık sınavın 2 aşamalı olması üniversite sınavını daha da zor bir hale getirdi. Ben de öğrencilerin her zaman başarısını artırmayı hedef alan bir eğitimci olarak, sizlere yeni sınav sisteminde başarıda belirleyici ve en fazla sorunun beklendiği alanlarda "ÖĞRETEN FASİKÜLLER" serisini çıkarmayı uygun gördüm.

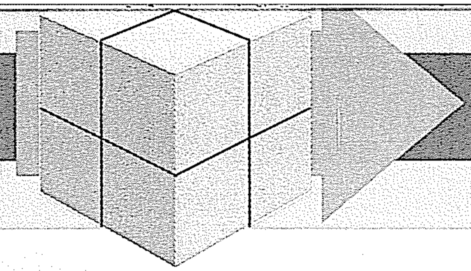
Bu fasikülde; konuyu öğrencinin basit olarak anlayıp kavraması için hücreleme tekniği ile konu anlatımları, çok sayıda öğreten soruların çözümlerini her hücre ile ilgili öğreten mini test ve çok sayıda test yer almaktadır. İntegral konusunu bu teknik konu anlatımıyla siz en iyi şekilde kavrayacaksınız.

Bu fasikül, ülkemizde fasikül olarak ilk defa hücreleme tekniğiyle tarafımdan hazırlanmış olup; sizin başarınız sonraki çalışmalarımda da size en iyiyi vermek için beni gayretlendirecektir.

Hepinize iyi çalışmalar, dileğiniz gerçek olsun!

Sevgilerimle,

Güray KÜÇÜK



İçindekiler

Öğreten Matematik Fasikülleri

İntegral Kavramı

Tanım: [a, b] aralığında tanımlı iki fonksiyon f(x) ve F(x) olsun. [a, b] nin her noktasında F(x) in türevi var ve F′(x) = f(x) ise F fonksiyonuna, f nin **ilkeli** denir. F(x) i bulmak için yapılan işleme f(x) in belirsiz integralini alma işlemi denir.

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$$

d ile $\int$ işlemleri birbirlerinin tersidir.

ÖĞRETEN SORU – 1

$\int 6x^5\,dx$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$y = x^6 \Rightarrow y' = 6x^5$

olduğundan türevi $6x^5$ olan fonksiyon $y = x^6$ olur.

$\int 6x^5\,dx = x^6 + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 2

$f'(x) = 8x$ ve $f(1) = 10$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonu nedir?

ÇÖZÜM:

$f'(x) = 8x \Rightarrow f(x) = 4x^2 + c$ olmalıdır.

$f(x) = 4x^2 + c \Rightarrow f(1) = 4 \cdot 1^2 + c = 10$

$c = 6$ olur.

Buna göre, $f(x) = 4x^2 + 6$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 3

$\int x^2 \cdot f(x)\,dx = x^5 + 4x^3 + c$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonu nedir?

ÇÖZÜM:

$\int x^2 \cdot f(x)\,dx = x^5 + 4x^3 + c$

eşitliğin her iki tarafının türevini alalım

$x^2 \cdot f(x) = 5x^4 + 12x^2$ (x^2 ye bölelim)

$f(x) = 5x^2 + 12$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 1

1. $\int 3x^2\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2$ B) $x^3 + c$ C) $3x^2 + c$ D) $6x$ E) x^3

2. $\int (4x + 3)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $4x + 3$ B) $2x^2 + 3x$ C) 4 D) $2x^2 + 3x + c$ E) $x^2 + 3$

3. $f'(x) = 6x + 2$

$f(-2) = 16$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonu nedir?**

A) $3x^2 + 2x + 8$ B) $3x^2 + 2x - 4$ C) $x^2 + 4x + 4$ D) $3x^2 - 2x$ E) $3x^2 + 4x + 12$

4. $\int x \cdot f(x)\,dx = x^4 - 3x^2 + c$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonu nedir?**

A) $2x^3 - 4$ B) $3x^2 - 4$ C) $4x^2 - 6$ D) $4x^2 - 4$ E) $6x^2 - 4$

5. $\int x^3 \cdot f(x)\,dx = 2x^5 - 6x^3 + c$

olduğuna göre, **f(1) kaçtır?**

A) –2 B) –4 C) –5 D) –7 E) –8

1–B 2–D 3–A 4–C 5–E

Belirsiz İntegralin Özellikleri

1. $a \in R$ olmak üzere,

$$\int a \cdot f(x)\,dx = a\int f(x)\,dx$$

Sabit çarpanlar integral dışına yazılabilir.

2. $\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$

Toplam ve farkların integrali, integraller toplamı veya integraller farkına eşittir.

3. $d\int f(x)\,dx = f(x)\,dx$

4. $\int dF(x) = F(x) + c$

5. $\frac{d}{dx}\left[\int f(x)\,dx\right] = \int \left[\frac{d}{dx} f(x)\right] dx = f(x)$

$\frac{d}{dx}f(x)$ türevi ile $\int f(x)\,dx$ integral işlemi birbirinin tersi olduğundan dolayı etkisiz eleman olurlar. Dolayısıyla sonuç **sabit farkıyla** f(x) fonksiyonuna eşit olur.

ÖĞRETEN SORU – 4

Aşağıdaki integrallerin çözümlerini inceleyiniz.

1. $\int 3\sin x\,dx = 3\int \sin x\,dx$
2. $\int (x^3 + 4^x)\,dx = \int x^3\,dx + \int 4^x\,dx$
3. $d\int (x^3 + 2x)\,dx = (x^3 + 2x)\,dx$
4. $\frac{d}{dx}\int (x^3 + 1)\,dx = x^3 + 1$
5. $\left[\int \cos(3x+4)\,dx\right]' = \cos(3x+4)$
6. $\int d(2x^5 + x^2) = 2x^5 + x^2 + c$

ÖĞRETEN SORU – 5

$$f(x) = \int (x^4 - 3x^2 + x)\,dx$$

olduğuna göre, f(x) fonksiyonunun $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

Çözüm:

Teğetin eğimi birinci türevin $x = -1$ noktasındaki değeridir.

$f'(x) = \left[\int (x^4 - 3x^2 + x)\,dx\right]'$

$f'(x) = x^4 - 3x^2 + x$

$f'(-1) = 1 - 3 - 1 \Rightarrow f'(-1) = -3$ bulunur.

O halde, $x = -1$ noktasındaki teğetinin eğimi $m_T = -3$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 2

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $d\int \sin x\,dx = \sin x\,dx$

B) $\frac{d}{dx}\int (x^2+1)\,dx = x^2 + 1$

C) $\int d(x^2 + x) = x^2 + x$

D) $\int 8x\,dx = 4x^2 + c$

E) $\left[\int (x^4 - x^3)\,dx\right]' = x^4 - x^3$

2. $\int d(\cos 2x) + \frac{d}{dx}\int (2\sin^2 x + 1)\,dx$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cos 2x$ B) $\sin 2x$ C) $\sin^2 x$ D) c E) $\cos^2 x + 2$

3. $\int d(x^3 + 4x)$

integralinin eşiti nedir?

A) $3x^2 + 4$ B) $x^3 + 4x$ C) $x^3 + 4x + c$ D) $3x^2 + 4x$ E) $x^3 + 4$

4. $f(x) = \int d(x^3 + 3x)$

olduğuna göre, **f(2) – f(1) değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $f(x) = \int (x^4 + x^3 - 2x + 3)\,dx$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

1–C 2–D 3–C 4–E 5–B

İntegral Alma Kuralları - 1

$$\int dx = x + c$$
$$\int dy = y + c$$
$$\int da = a + c$$

ÖĞRETEN SORU – 6

$$\int dx + \int dy - \int dt$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int dx + \int dy - \int dt = x + y - t + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 7

$$\int x\,dy$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int x\,dy = x\int dy = x(y + c)$

$= xy + c_1$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 8

$$\int (a+1)^2\,da$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int (a+1)^2\,da = \int (a^2 + 2a + 1)\,da$

$= \frac{a^3}{3} + \frac{2a^2}{2} + a + c$

$= \frac{a^3}{3} + a^2 + a + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 9

$$\int m^2n\,dm + \int mn\,dn$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int m^2n\,dm + \int mn\,dn = n\int m^2\,dm + m\int n\,dn$

$= n \cdot \frac{m^3}{3} + c_1 + m \cdot \frac{n^2}{2} + c_2$

$= \frac{m^3n}{3} + \frac{mn^2}{2} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 3

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $\int dx = x + c$ B) $\int y\,dx = yx + c$

C) $\int x^2\,dy = \frac{x^3}{3} + c$ D) $\int xy\,dy = \frac{xy^2}{2} + c$

E) $\int y^2x\,dx = \frac{y^2x^2}{2} + c$

2. $\int (y-2)^2\,dy$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $y^3 - 2y^2 + 3 + c$ B) $\frac{y^3}{3} - y^2 + 2y + c$

C) $\frac{y^3}{3} - 2y^2 + 4y + c$ D) $y^3 - y^2 + y + c$

E) $\frac{y^3}{3} - y^2 - 4y + c$

3. $\int x^2\,dy + \int yx\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $x^2y + \frac{yx^2}{2} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{y^2x}{2} + c$

C) $x^2y + y^2x + c$ D) $x^2y + \frac{xy^2}{2} + c$

E) $x^2y + yx^2 + c$

4. $\int ab^2\,da - \int a^2b\,db$

integralinin eşiti nedir?

A) c B) $ab(a-b) + c$ C) $a^2b(a-b) + c$

D) $\frac{ab}{2}(a-b) + c$ E) $\frac{a^2b}{2}(a-b) + c$

5. $\int mn\,dm + \int mn\,dn$

integralinin eşiti nedir?

A) $2mn + c$ B) $m^2n^2 + c$ C) $2mn^2 + c$

D) $\frac{mn}{2}(m+n) + c$ E) $\frac{m^2n^2}{2}(m+n) + c$

1–C 2–C 3–A 4–A 5–D

İntegral Alma Kuralları - 2

$\int dx = x + c$

$\int k \cdot dx = k \cdot x + c$

$\int x^n \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$

ÖĞRETEN SORU – 10

$\int (x^2 + 2x + 3)\, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int (x^2 + 2x + 3)\, dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + 2 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} + 3x + c$

$= \frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 3x + c$

$= \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 11

$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx = \int (x^{\frac{1}{2}} + x^{-2})\, dx$

$= \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^{-1}}{-1} + c$

$= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 12

$\int \frac{x^2 \cdot (x^3 - x + 2)}{3}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int \frac{x^2 \cdot (x^3 - x + 2)}{3}\, dx = \frac{1}{3} \int (x^5 - x^3 + 2x^2)\, dx$

$= \frac{1}{3}\left(\frac{x^6}{6} - \frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3}\right) + c$

$= \frac{x^6}{18} - \frac{x^4}{12} + \frac{2x^3}{9} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 4

1. $\int (x^2 - 4x - 1)\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^3}{3} - 4x^2 - x + c$
B) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 - x + c$
C) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 2x + c$
D) $x^3 + x^2 - x + c$
E) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + c$

2. $\int \left(\frac{x^4 + x^2 - 1}{x^2}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x} + c$
B) $x^3 - x - \frac{1}{x} + c$
C) $\frac{x^3}{3} + x + \frac{1}{x} + c$
D) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{x} - x + c$
E) $\frac{x^3}{3} + x - \frac{1}{x^2} + c$

3. $\int \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{3} x^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{x^2} + c$
B) $x^{\frac{3}{4}} - \frac{1}{x^2} + c$
C) $\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{x^2} + c$
D) $\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{1}{2x^2} + c$
E) $\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + \frac{1}{2x^2} + c$

4. $\int (x+1) \cdot (x^2 - 3)\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 3x + c$
B) $\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 2x^2 - 3x + c$
C) $x^4 + x^3 - 3x^2 - 3x + c$
D) $x^3 - x^2 - 3x + c$
E) $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 3x + c$

5. $\int \frac{x}{3\sqrt[4]{x}}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^{\frac{7}{4}}}{4} + c$
B) $\frac{x^{\frac{4}{7}}}{21} + c$
C) $\frac{4}{21} x^{\frac{7}{4}} + c$
D) $\frac{5}{21} x^{\frac{7}{4}} + c$
E) $\frac{2}{21} x^{\frac{7}{4}} + c$

1–B 2–C 3–D 4–A 5–C

Türev ve İntegral Bağlantısı

ÖĞRETEN SORU – 13

y = f(x) fonksiyonunun (1, 6) noktasındaki teğetinin eğimi 4 tür.

$f''(x) = 12x^2 + 6$

ise f(0) kaçtır?

Çözüm:

$(1, 6) \in f(x)$ olduğundan $f(1) = 6$,

teğetinin eğimi 4 ise $f'(1) = 4$ tür.

$f'(x) = \int f''(x)\, dx = \int (12x^2 + 6)\, dx = 4x^3 + 6x + c$

$f'(1) = 4(1)^3 + 6(1) + c = 4 \Rightarrow c = -6$ ve

$f'(x) = 4x^3 + 6x - 6$ olur.

$f(x) = \int f'(x)\, dx = \int (4x^3 + 6x - 6) dx$

$= x^4 + 3x^2 - 6x + c_1$

$f(1) = (1)^4 + 3(1)^2 - 6(1) + c_1 = 6$

$1 + 3 - 6 + c_1 = 6 \Rightarrow c_1 = 8$

$f(x) = x^4 + 3x^2 - 6x + 8$ olur

O halde, $f(0) = 8$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 14

$f(x) = \int (x^2 - 12x + 3)\, dx$

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm noktasının apsisi kaçtır?

Çözüm:

$f''(x)$ denklemini sıfır yapan değer dönüm noktasının apsisidir.

Her iki tarafın türevini alalım.

$f'(x) = x^2 - 12x + 3 \Rightarrow f''(x) = 2x - 12 = 0$

ise $x = 6$ dönüm noktasının apsisidir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 5

1. $f''(x) = 24x$, $f'(1) = 4$, $f(-1) = 2$

olduğuna göre, **f(0) kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) 0 E) 1

2. $f''(x) = 3x^2 - 4$

olmak üzere, y = f(x) eğrisinin (1, 2) noktasındaki teğetinin eğimi 6 olduğuna göre, **f(x) nedir?**

A) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 9x - \frac{21}{4}$
B) $y = \frac{x^4}{4} - x^2 + 6x - \frac{11}{4}$
C) $y = \frac{x^4}{4} + 3x^2 + 6x - \frac{15}{2}$
D) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 9x - \frac{11}{2}$
E) $y = \frac{x^4}{4} + 2x^2 - 9x - \frac{15}{4}$

3. $f''(x) = 6x$

olmak üzere, y = f(x) eğrisinin x = –1 noktasındaki teğeti y = x + 3 doğrusu olduğuna göre, **f(x) nedir?**

A) $y = x^3 - x^2 + 2x + 1$
B) $y = x^3 - 2x + 3$
C) $y = x^3 + x^2 + 2$
D) $y = x^3 - 2x + 1$
E) $y = x^3 - x + 2$

4. **$f(x) = \int (x^2 + 10x + 3)\, dx$**

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm noktasının apsisi kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) –5 E) –2

5. **$f(x) = \int (x^3 - 36x^2 + 4x - 8)\, dx$**

fonksiyonunun gösterdiği eğride dönüm noktasının apsisleri toplamı kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

1–B 2–A 3–D 4–D 5–C

İntegral Alma Kuralları - 1

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a \in R^+ - \{1\})$$

ÖĞRETEN SORU – 15

$$\int \left(e^x + \frac{3}{x}\right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \left(e^x + \frac{3}{x}\right) dx = e^x + 3\ln x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 16

$$\int (3^x - 2^x)\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int (3^x - 2^x)\, dx = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{2^x}{\ln 2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 17

$$\int \left(\frac{1}{5^x} - \frac{4}{x} - e^x\right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \left(\frac{1}{5^x} - \frac{4}{x} - e^x\right) dx = \int \left[\left(\frac{1}{5}\right)^x - \frac{4}{x} - e^x\right] dx$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^x}{\ln \frac{1}{5}} - 4\ln|x| - e^x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 18

$$\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{2}\right)^x}$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{2}\right)^x} = \int \left(\frac{2}{3}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln \frac{2}{3}} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 6

1. $\int (2^x - e^x)\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2^x - e^x + c$ B) $\frac{2^x}{2} - e^x + c$ C) $\frac{2^x}{\ln 2} - e^x + c$

D) $2^x \cdot \ln 2 - e^x + c$ E) $\frac{2^x}{\ln 2} + e^x + c$

2. $\int \left(\frac{4}{x} - \frac{x}{4}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $4\ln|x| - x^2 + c$ B) $4\ln|x| - \frac{x^2}{2} + c$ C) $\ln|x| - \frac{x}{4} + c$

D) $4\ln|x| - \frac{x^2}{8} + c$ E) $4\ln|x| - \frac{x^2}{4} + c$

3. $\int \frac{dx}{\left(\frac{3}{7}\right)^x}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\left(\frac{7}{3}\right)^x}{\ln \frac{7}{3}} + c$ B) $\frac{\left(\frac{3}{7}\right)^x}{\ln \frac{7}{3}} + c$ C) $\left(\frac{3}{7}\right)^x + c$

D) $\left(\frac{7}{3}\right)^x + c$ E) $\left(\frac{7}{3}\right)^x \cdot \ln \frac{7}{3} + c$

4. $\int \left(\frac{2}{e^{-x}} + 3x^{-1} + \frac{1}{6^{-x}}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^x + 3\ln|x| + \frac{6^x}{\ln 6} + c$ B) $e^x + \ln|x| + 6^{-2x} + c$

C) $2e^x + 3\ln|x| + 6^x + c$ D) $2e^x + 3\ln|x| + \frac{6^x}{\ln 6} + c$

E) $2e^x + 3\ln|x| - \frac{6^x}{\ln 6} + c$

5. $\int \sqrt{\frac{e^{2x} + 2e^x + 1}{4}}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^x + x + c$ B) $\frac{e^x + x}{4} + c$ C) $\frac{e^x + x}{2} + c$

D) $\frac{e^x - x}{2} + c$ E) $\frac{e^x}{2} + c$

1–C 2–D 3–A 4–D 5–C

İntegral Alma Kuralları - 2

$$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x \cdot dx = \sin x + c$$

$$\int (1 + \tan^2 x)\, dx = \int \sec^2 x \cdot dx = \tan x + c$$

$$\int (1 + \cot^2 x)\, dx = \int \operatorname{cosec}^2 x \cdot dx = -\cot x + c$$

ÖĞRETEN SORU – 19

$$\int \sin x\, dx - \int \cos x\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \sin x\, dx - \int \cos x\, dx = -\cos x - \sin x + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 20

$$\int \tan^2 x\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \tan^2 x\, dx = \int (-1 + 1 + \tan^2 x)\, dx$$

$$= -\int dx + \int (1 + \tan^2 x)\, dx$$

$$= -x + \tan x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 21

$$\int \frac{\sin 2x}{3\cos x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \frac{\sin 2x}{3\cos x} dx = \int \frac{2\sin x \cos x}{3\cos x} dx$$

$$= \frac{2}{3} \int \sin x\, dx$$

$$= \frac{2}{3}(-\cos x) + c$$

$$= -\frac{2}{3}\cos x + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 7

1. $\int -\cos x\, dx + \int -\sin x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x - \cos x + c$ B) $-\sin x - \cos x + c$

C) $\sin x + \cos x + c$ D) $-\sin x + \cos x + c$

E) $-2\sin x + c$

2. $\int -2\operatorname{cosec}^2 x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cot x + c$ B) $-\cot x + c$ C) $-2\cot x + c$

D) $2\cot x + c$ E) $\frac{\cot x}{2} + c$

3. $\int \tan x \cdot \cos x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\cos x + c$ B) $-\sin x + c$ C) $\cos x + c$

D) $\sin x + c$ E) $\tan x + c$

4. $\int \cot^2 x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\cot x + c$ B) $\cot x + c$ C) $-\tan x + c$

D) $-\cot x + x + c$ E) $-\cot x - x + c$

5. $\int \sin^2 x\, dx + \int \cos^2 x\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x + \cos x + c$ B) $x + c$ C) 1

D) $\frac{x^2}{2} + c$ E) $\sin x - \cos x + c$

1–D 2–D 3–A 4–E 5–B

İntegral Hesaplama Yöntemleri
Değişken Değiştirme Yöntemi – 1

f ve g türevlenebilen iki fonksiyon olmak üzere,

$\int f(g(x))\cdot g'(x)\,dx$ integralinde $u = g(x)$ dönüşümü yapılıp, her iki tarafın diferansiyeli alındığında

$g'(x)\,dx = du$ olur. Bu durumda, integral

$\int f(g(x))\cdot g'(x)\,dx = \int f(u)\cdot du$ bulunur.

Burada hangi fonksiyonun u olarak seçileceği önemlidir.

ÖĞRETEN SORU – 22

$$\int f''(x)\cdot f'(x)\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$f'(x) = u \Rightarrow f''(x)\,dx = du$

$\Rightarrow dx = \dfrac{du}{f''(x)}$ olur.

$$\int f''(x)\cdot f'(x)\,dx = \int f''(x)\cdot f'(x)\cdot\frac{du}{f''(x)}$$

$$= \int u\cdot du$$

$$= \frac{u^2}{2} + c = \frac{[f'(x)]^2}{2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 23

$$\int (x^2-4x+2)^2\cdot(2x-4)\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^2-4x+2 = u \Rightarrow (2x-4)\,dx = du$

$\Rightarrow dx = \dfrac{du}{2x-4}$ olur.

$$\int (x^2-4x+2)^2\cdot(2x-4)\,dx = \int u^2\cdot(2x-4)\cdot\frac{du}{2x-4}$$

$$= \int u^2\cdot du$$

$$= \frac{u^3}{3} + c$$

$$= \frac{(x^2-4x+2)^3}{3} + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 8

1. $\int f^n(x)\cdot f'(x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $f(x) + c$ B) $\dfrac{(f(x))^{n+1}}{n+1} + c$ C) $\dfrac{f(x)}{2} + c$

D) $(f(x))^n$ E) $\dfrac{(f(x))^n}{n} + c$

2. $\int 2x\cdot(x^2-1)^3\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{(x^2-1)^3}{3} + c$ B) $\dfrac{(x^2-1)^4}{4} + c$ C) $\dfrac{x^3}{3} - x + c$

D) $(x^2-1)^3 + c$ E) $\dfrac{(x^2-1)^4}{2} + c$

3. $\int (x^3-2)^3\cdot x^2\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $(x^3-2)^4 + c$ B) $\dfrac{(x^3-2)^4}{4} + c$ C) $\dfrac{(x^3-2)^3}{3} + c$

D) $\dfrac{(x^3-2)^4}{3} + c$ E) $\dfrac{(x^3-2)^4}{12} + c$

4. $\int (x^2+6x+1)^2\cdot(2x+6)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $(x^2 + 6x + 1)^3 + c$ B) $(x^2 + 6x + 1)^4 + c$

C) $\dfrac{(x^2 + 6x + 1)^3}{3} + c$ D) $\dfrac{(x^2 + 6x + 1)^4}{4} + c$

E) $\dfrac{(x^2 + 6x + 1)^3}{6} + c$

5. $\int (2x+1)^7\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $(2x + 1)^7 + c$ B) $(2x + 1)^8 + c$ C) $\dfrac{(2x+1)^8}{8} + c$

D) $\dfrac{(2x+1)^8}{2} + c$ E) $\dfrac{(2x+1)^8}{16} + c$

1–B 2–B 3–E 4–C 5–E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 2

ÖĞRETEN SORU – 24

$$\int \frac{x}{(x^2+2)^4}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^2+2 = u \Rightarrow 2x\,dx = du \Rightarrow dx = \dfrac{du}{2x}$ olur.

$$\int \frac{x}{(x^2+2)^4}\,dx = \int \frac{x}{u^4}\cdot\frac{du}{2x} = \frac{1}{2}\int u^{-4}\,du$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{u^{-3}}{-3} + c$$

$$= -\frac{1}{6(x^2+2)^3} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 25

$$\int x\sqrt{1+x^2}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^2+1 = u \Rightarrow 2x\,dx = du \Rightarrow dx = \dfrac{du}{2x}$ olur.

$$\int x\sqrt{1+x^2}\,dx = \int x\sqrt{u}\cdot\frac{du}{2x}$$

$$= \frac{1}{2}\int \sqrt{u}\,du$$

$$= \frac{1}{2}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{1}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 26

$$\int \frac{dx}{(3x+1)^3}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$3x+1 = u \Rightarrow 3\,dx = du \Rightarrow dx = \dfrac{du}{3}$ olur.

$$\int \frac{dx}{(3x+1)^3} = \int \frac{1}{u^3}\cdot\frac{du}{3}$$

$$= \frac{1}{3}\int u^{-3}\,du$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{u^{-2}}{-2} + c$$

$$= -\frac{1}{6(3x+1)^2} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 9

1. $\int \dfrac{6x^2}{(x^3+1)^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{1}{x^3+1} + c$ B) $\dfrac{2}{x^3+1} + c$ C) $\dfrac{-1}{x^3+1} + c$

D) $\dfrac{-2}{x^3+1} + c$ E) $-2(x^3 + 1) + c$

2. $\int \dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2-3x+1}}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{x^2-3x+1} + c$ B) $-\sqrt{x^2-3x+1} + c$

C) $2\sqrt{x^2-3x+1} + c$ D) $-2\sqrt{x^2-3x+1} + c$

E) $(x^2 + 3x + 1) + c$

3. $\int (4x+1)\cdot\sqrt{2x^2+x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{2}{3}(2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$ B) $(2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$

C) $\dfrac{2}{3}(2x^2+x) + c$ D) $\dfrac{2}{3}(2x^2+x)^{\frac{2}{3}} + c$

E) $\dfrac{1}{3}(2x^2+x)^{\frac{3}{2}} + c$

4. $\int \dfrac{dx}{(5x+2)^4}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{1}{5(5x+2)^3} + c$ B) $\dfrac{1}{(5x+2)^3} + c$

C) $-\dfrac{1}{15(5x+2)^3} + c$ D) $\dfrac{1}{15(5x+2)^3} + c$

E) $-\dfrac{1}{5(5x+2)^3} + c$

5. $\int \sqrt{x^7+x^4}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{1}{9}(x^3+1)^{\frac{2}{3}} + c$ B) $\dfrac{1}{9}(x^3+1)^{\frac{1}{3}} + c$

C) $-\dfrac{2}{9}(x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$ D) $-\dfrac{1}{9}(x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$

E) $\dfrac{2}{9}(x^3+1)^{\frac{3}{2}} + c$

1–D 2–C 3–A 4–C 5–E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 3

ÖĞRETEN SORU – 27

$$\int \frac{2\ln x}{x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}\,dx = du \Rightarrow dx = x\,du$

$$\int \frac{2\ln x}{x}\,dx = \int \frac{2u}{x}\cdot x\,du = 2\int u\,du$$

$$= 2\frac{u^2}{2} + c$$

$= u^2 + c = (\ln x)^2 + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 28

$$\int \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$2 + x\ln x = u \Rightarrow (\ln x + 1)\,dx = du$

$$\int \frac{1+\ln x}{2+x\ln x}\,dx = \int \frac{1+\ln x}{u}\cdot\frac{du}{1+\ln x}$$

$$= \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$= \ln|2 + x\ln x| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 29

$$\int \frac{\cos(\ln x)}{4x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x}\,dx = du \Rightarrow dx = x\,du$ olur.

$$\int \frac{\cos(\ln x)}{4x}\,dx = \int \frac{\cos u}{4x}\cdot x\,du$$

$$= \frac{1}{4}\int \cos u\cdot du$$

$$= \frac{1}{4}\sin u + c$$

$= \frac{1}{4}\sin(\ln x) + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 10

1. $\int \frac{\ln x^4}{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln^2 x + c$ B) $4\ln^2 x + c$ C) $\frac{\ln^2 x}{2} + c$

D) $-\ln^2 x + c$ E) $-\frac{1}{2}\ln x + c$

2. $\int \frac{\sqrt{1-\ln x}}{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{1-\ln x} + c$ B) $\frac{1}{3}(1-\ln x)^{\frac{3}{2}} + c$

C) $-\frac{2}{3}(1-\ln x) + c$ D) $-\frac{2}{3}(1-\ln x)^{\frac{2}{3}} + c$

E) $-\frac{2}{3}(1-\ln x)^{\frac{3}{2}} + c$

3. $\int \frac{\sin(\ln x)}{2x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos(\ln x) + c$ B) $\frac{1}{2}\cos(\ln x) + c$

C) $-\frac{1}{2}\cos(\ln x) + c$ D) $\frac{1}{2}\sin(\ln x) + c$

E) $-2\cos(\ln x) + c$

4. $\int \frac{1}{2x\cdot\ln x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\ln x| + c$ B) $\frac{1}{2}\ln|\ln x| + c$

C) $-\ln|\ln x| + c$ D) $2\ln|\ln x| + c$

E) $-\frac{1}{2}\ln|\ln x| + c$

5. $\int \frac{2-\ln\sqrt{x}}{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln x - (\ln\sqrt{x})^2 + c$ B) $\ln x - \frac{(\ln\sqrt{x})^2}{2} + c$

C) $\ln x - (\ln\sqrt{x})^2 + c$ D) $\ln x - \ln\sqrt{x} + c$

E) $2\ln x - \frac{(\ln\sqrt{x})^2}{2} + c$

1–A 2–E 3–C 4–B 5–A

Değişken Değiştirme Yöntemi – 4

$$\int e^{f(x)}\cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 30

$$\int e^{3x+2}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$3x + 2 = u \Rightarrow 3\,dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$ olur.

$$\int e^{3x+2}\,dx = \int e^u\cdot\frac{du}{3} = \frac{1}{3}\int e^u\,du$$

$= \frac{1}{3}e^u + c = \frac{1}{3}e^{3x+2} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 31

$$\int e^{\sin x}\cdot\cos x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\sin x = u \Rightarrow \cos x\,dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{\cos x}$ olur.

$$\int e^{\sin x}\cdot\cos x\,dx = \int e^u\cdot\cos x\cdot\frac{du}{\cos x}$$

$$= \int e^u\,du = e^u + c$$

$= e^{\sin x} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 32

$$\int 6x^2\cdot e^{x^3}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^3 = u \Rightarrow 3x^2\,dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}$ olur.

$$\int 6x^2\cdot e^{x^3}\,dx = \int 6x^2\cdot e^u\cdot\frac{du}{3x^2} = \int 2e^u\,du$$

$= 2e^u + c = 2e^{x^3} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 33

$$\int \frac{dx}{e^{2x}}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\int \frac{dx}{e^{2x}} = \int e^{-2x}\,dx$ tir.

$-2x = u \Rightarrow -2\,dx = du \Rightarrow dx = -\frac{du}{2}$

$$\int e^{-2x}\,dx = \int -e^u\cdot\frac{du}{2} = -\frac{1}{2}e^u + c$$

$= -\frac{1}{2}e^{-2x} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 11

1. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2e^{\sqrt{x}} + c$ B) $e^{\sqrt{x}} + c$ C) $4e^{\sqrt{x}} + c$

D) $\frac{e^{\sqrt{x}}}{x} + c$ E) $\frac{e^{\sqrt{x}}}{2} + c$

2. $\int \frac{dx}{e^{3x+1}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{3x+1} + c$ B) $e^{-3x+1} + c$ C) $-3e^{3x+1} + c$

D) $-\frac{1}{3}e^{-3x-1} + c$ E) $-\frac{1}{3}e^{-3x+1} + c$

3. $\int \sec^2 x\cdot e^{\tan x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{\sin x} + c$ B) $x + c$ C) $e^{\tan x} + c$

D) $\frac{e^{\tan x}}{2} + c$ E) $-e^{\tan x} + c$

4. $\int 4x\cdot e^{x^2+1}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $e^{x^2+1} + c$ B) $\frac{e^{x^2+1}}{2} + c$ C) $2e^{x^2+1} + c$

D) $4e^{x^2+1} + c$ E) $\frac{e^{x^2+1}}{8} + c$

5. $\int e^{x^4+3\ln x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2e^{x^4} + c$ B) $2e^{x^4} + c$ C) $4e^{x^4} + c$

D) $\frac{e^{x^3}}{3} + c$ E) $\frac{e^{x^4}}{4} + c$

1–A 2–D 3–C 4–C 5–E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 5

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \ln|f(x)| + c$$

ÖĞRETEN SORU – 34

$$\int \frac{2x-3}{x^2-3x+1}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$x^2-3x+1=u \Rightarrow (2x-3)\,dx=du \Rightarrow dx=\dfrac{du}{2x-3}$

$$\int \frac{2x-3}{x^2-3x+1}\,dx = \int \frac{2x-3}{u}\cdot\frac{du}{2x-3}$$

$$= \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$$

$= \ln|x^2-3x+1| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 35

$$\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$1+\cos^2 x = u \Rightarrow -2\sin x\cos x\,dx = du$

$\Rightarrow dx = \dfrac{du}{-\sin 2x}$ olur.

$$\int \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\,dx = \int \frac{\sin 2x}{u}\cdot\frac{du}{-\sin 2x}$$

$$= -\int \frac{du}{u} = -\ln|u| + c$$

$= -\ln|1+\cos^2 x| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 36

$$\int \frac{e^x}{e^x+3}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$e^x+3=u \Rightarrow e^x\,dx=du \Rightarrow dx=\dfrac{du}{e^x}$ olur.

$$\int \frac{e^x}{e^x+3}\,dx = \int \frac{e^x}{u}\cdot\frac{du}{e^x} = \int \frac{du}{u}$$

$= \ln|u| + c$

$= \ln|e^x+3| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 12

1. $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-3}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x^2-3| + c$
B) $2\ln|x^2-3| + c$
C) $\frac{1}{2}\ln|x^2-3| + c$
D) $4\ln|x^2-3| + c$
E) $(x^2-3) + c$

2. $\displaystyle\int \frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos x + c$
B) $\sin x + c$
C) $-\ln|\sin x + 1| + c$
D) $\ln|\sin x + 1| + c$
E) $\ln|\sin x| + c$

3. $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin 2x| + c$
B) $\ln|1+\sin^2 x| + c$
C) $\ln|\sin^2 x| + c$
D) $\ln|\cos x| + c$
E) $\cos x + c$

4. $\displaystyle\int \frac{\cos x}{1-\sin x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\ln|1-\sin x| + c$
B) $\ln|1-\sin x| + c$
C) $\ln|\sin x| + c$
D) $-\ln|1+\sin x| + c$
E) $-\ln|\sin x| + c$

5. $\displaystyle\int \frac{8x^3}{16+x^4}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|16+x^4| + c$
B) $(16+x^4)^2 + c$
C) $\frac{x^4+16}{2} + c$
D) $4\ln|x^4+16| + c$
E) $2\ln|x^4+16| + c$

1–C 2–D 3–B 4–A 5–E

Değişken Değiştirme Yöntemi – 6

$$\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b| + c$$

ÖĞRETEN SORU – 37

$$\int \frac{dx}{3x+5}$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$3x+5=u \Rightarrow 3\,dx = du \Rightarrow dx=\dfrac{du}{3}$

$$\int \frac{dx}{3x+5} = \int \frac{1}{u}\cdot\frac{du}{3} = \frac{1}{3}\int \frac{du}{u}$$

$= \frac{1}{3}\ln|u| + c$

$= \frac{1}{3}\ln|3x+5| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 38

$$\int \left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{4x+2} + \frac{5}{2x+1}\right) dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{4x+2} + \frac{5}{2x+1}\right) dx$$

$= 2\ln|x+1| - \frac{3}{4}\ln|4x+2| + \frac{5}{2}\ln|2x+1| + c$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 39

$$\int \frac{x+3}{x+1}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \frac{x+3}{x+1}\,dx = \int \frac{x+1+2}{x+1}\,dx = \int \left(1 + \frac{2}{x+1}\right) dx$$

$= x + 2\ln|x+1| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 13

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{2x+1}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|2x+1| + c$
B) $\frac{1}{2}\ln|2x+1| + c$
C) $2\ln|2x+1| + c$
D) $4\ln|2x+1| + c$
E) $\frac{1}{2}\ln|x+1| + c$

2. $\displaystyle\int \left(\frac{1}{3x} + \frac{2}{4x+3}\right) dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\ln|x| + \frac{1}{4}\ln|4x+3| + c$
B) $\ln|x| + \ln|4x+3| + c$
C) $\frac{1}{3}\ln|x| + \frac{1}{2}\ln|4x+3| + c$
D) $\ln|x| + \frac{1}{2}\ln|4x+3| + c$
E) $\ln|x| + \frac{1}{4}\ln|4x+3| + c$

3. $\displaystyle\int \frac{x+6}{x+2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2x + 4\ln|x+2| + c$
B) $x + \ln|x+2| + c$
C) $x + \frac{1}{2}\ln|x+2| + c$
D) $x + 2\ln|x+2| + c$
E) $x + 4\ln|x+2| + c$

4. $\displaystyle\int \frac{3x+10}{2x+6}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{3}{2} + \ln|2x+6| + c$
B) $\frac{3x}{2} + \ln|2x+6| + c$
C) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{2}\ln|2x+6| + c$
D) $3x + \frac{1}{2}\ln|2x+6| + c$
E) $\frac{3x}{2} + \frac{1}{4}\ln|2x+6| + c$

1–B 2–C 3–E 4–C

Değişken Değiştirme Yöntemi – 7

$$\int \sin(ax+b)\,dx = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)+c$$

$$\int \cos(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}\sin(ax+b)+c$$

ÖĞRETEN SORU – 40

$$\int \sin(3x+1)\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$3x+1=u \Rightarrow 3\,dx = du \Rightarrow dx = \frac{du}{3}$ olur.

$$\int \sin(3x+1)\,dx = \int \sin u \cdot \frac{du}{3}$$

$$= -\frac{1}{3}\cos u + c = -\frac{1}{3}\cos(3x+1)+c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 41

$$\int \cos(-5x+2)\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$-5x+2=u \Rightarrow -5\,dx = du \Rightarrow dx = -\frac{du}{5}$ olur.

$$\int \cos(-5x+2)\,dx = \int -\cos u \cdot \frac{du}{5}$$

$$= -\frac{1}{5}\sin u + c$$

$$= -\frac{1}{5}\sin(-5x+2)+c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 42

$$\int (\sin 5x + \cos(4x-1) - \sin(2x+4))\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int (\sin 5x + \cos(4x-1) - \sin(2x+4))\,dx$$

$$= -\frac{1}{5}\cos 5x + \frac{1}{4}\sin(4x-1) + \frac{1}{2}\cos(2x+4)+c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 14

1. $\int \sin(6x+2)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos(6x+2)+c$ B) $\frac{1}{6}\sin(6x+2)+c$

C) $-\frac{1}{6}\sin(6x+2)+c$ D) $\frac{1}{6}\cos(6x+2)+c$

E) $-\frac{1}{6}\cos(6x+2)+c$

2. $\int \cos(4x-2)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin(4x-2)+c$ B) $-\sin(4x-2)+c$

C) $\frac{1}{4}\sin(4x-2)+c$ D) $-\frac{1}{4}\sin(4x-2)+c$

E) $\frac{1}{4}\cos(4x-2)+c$

3. $\int (\sin 2x + \cos 4x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 4x + c$

B) $\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 4x + c$

C) $-\frac{1}{2}\cos 2x - \frac{1}{4}\sin 4x + c$

D) $-\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 4x + c$

E) $-\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{4}\cos 4x + c$

4. $\int (\sin(1-2x) + \cos(3-2x))\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\cos(1-2x) - \frac{1}{2}\cos(3-2x)+c$

B) $-\frac{1}{2}\cos(1-2x) - \frac{1}{2}\cos(3-2x)+c$

C) $-\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{1}{2}\sin(3-2x)+c$

D) $\frac{1}{2}\cos(1-2x) - \frac{1}{2}\sin(3-2x)+c$

E) $\frac{1}{2}\cos(1-2x) + \frac{1}{2}\sin(3-2x)+c$

1–E 2–C 3–D 4–D

Değişken Değiştirme Yöntemi – 8

ÖĞRETEN SORU – 43

$$\int 6x^3\,d(x^3)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^3 = u$ olsun. $du = d(x^3)$ olur.

$$\int 6x^3\,d(x^3) = \int 6u \cdot du = \frac{6u^2}{2}+c$$

$$= 3u^2 + c = 3(x^3)^2 + c$$

$$= 3x^6 + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 44

$$\int \cos x\,d(\cos x)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\cos x = u$ olsun. $du = d(\cos x)$ olur.

$$\int \cos x\,d(\cos x) = \int u \cdot du = \frac{u^2}{2}+c$$

$$= \frac{\cos^2 x}{2}+c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 45

$$\int \sin^2 x\,d(\cos x)$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\cos x = u$ olsun. $du = d(\cos x)$ olur.

$$\int \sin^2 x\,d(\cos x) = \int (1-\cos^2 x)\cdot d(\cos x)$$

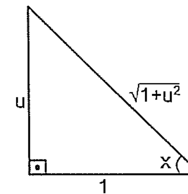
$$= \int (1-u^2)\cdot du$$

$$= u - \frac{u^3}{3} + c = \cos x - \frac{\cos^3 x}{3}+c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 46

$$\int \cos^2 x\,d(\tan x)$$

integralinin eşiti nedir?



Çözüm:

$\tan x = u$ olsun.

$\cos x = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}$ olur.

$$\int \cos^2 x \cdot d(\tan x) = \int \frac{1}{1+u^2}\,du$$

$$= \arctan u + c$$

$$= \arctan(\tan x) + c$$

$$= x + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST – TEST 15

1. $\int 6x^5\,d(x^5)$

integralinin eşiti nedir?

A) $6x^5+c$ B) $6x^{10}+c$ C) $3x^5+c$

D) $3x^{10}+c$ E) $12x^{10}+c$

2. $\int \sin^2 x\,d(\sin x)$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$ B) $\sin^3 x + c$ C) $\frac{\sin^3 x}{6}+c$

D) $\frac{\cos^3 x}{3}+c$ E) $\cos^3 x + c$

3. $\int \frac{d(x^3+x)}{x^3+x}$

integralinin eşiti nedir?

A) x^3+x+c B) $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+c$ C) $3x^2+c$

D) $\ln|x^3+x|+c$ E) $\frac{1}{x^3+x}+c$

4. $\int \cos^2 x\,d(\sin x)$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^3 x}{3}+c$ B) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$ C) $\cos x - \frac{\cos^3 x}{3}+c$

D) $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3}+c$ E) $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}+c$

5. $\int \sin^2 x\,d(\cot x)$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$ B) $\arctan x + c$ C) $\text{arccot} x + c$

D) $\arctan(\cot x)+c$ E) $\arctan(\tan x)+c$

1–D 2–A 3–D 4–E 5–D

İntegral İşareti Altında Türev Alma

ÖĞRETEN SORU – 47

$$\frac{d}{dx}\left(\int \frac{x+2}{x+3}\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{d}{dx}\left(\int \frac{x+2}{x+3}\,dx\right)=\frac{x+2}{x+3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 48

$$\frac{d}{dx}\left(\int d(x^6+x^2)\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{d}{dx}\left(\int d(x^6+x^2)\right)=\frac{d}{dx}(x^6+x^2+c)$$

$$=6x^5+2x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 49

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(\int (x^4+2x^3)\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{d^3}{dx^3}\left(\int (x^4+2x^3)\,dx\right)=\frac{d^2}{dx^2}(x^4+2x^3)$$

$$=\frac{d}{dx}(4x^3+6x^2)$$

$$=12x^2+12x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 50

$$\frac{d^4}{dx^4}\left(\int d(x^5-2x)\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{d^4}{dx^4}\left(\int d(x^5+2x)\right)=\frac{d^4}{dx^4}(x^5-2x+c)$$

$$=\frac{d^3}{dx^3}(5x^4-2)$$

$$=\frac{d^2}{dx^2}(20x^3)$$

$$=\frac{d}{dx}(60x^2)$$

$$=120x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 16

1. $$\frac{d}{dx}\left(\int (2x^2+x)\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $2x^2+x$ B) $2x^2+x+c$ C) $4x+1$

D) $\frac{2}{3}x^3+\frac{x^2}{2}+c$ E) 4

2. $$\frac{d}{dx}\left(\int d(\tan x)\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) tanx B) tanx + c C) $\sec^2 x$

D) $\sec^2 x + c$ E) $\text{cosec}^2 x$

3. $$\frac{d^3}{dx^3}\left(\int (2x^3+6x)\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $6x^2+6$ B) $12x$ C) 12

D) 0 E) $2x^3+6x$

4. $$\frac{d^{26}}{dx^{26}}\left(\int d(-\sin x)\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –cosx B) –sinx C) sinx

D) cosx E) tanx

5. $$\frac{d^{12}}{dx^{12}}\left(\int (2x^{12}+x)\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) 0 B) 12!.x C) 2 • 11!.x

D) 2 • 12! E) 2 • 12!.x

1–A 2–C 3–B 4–C 5–E

Trigonometrik Fonksiyonlarda Değişken Değiştirme

ÖĞRETEN SORU – 51

$$\int \sin^4 x \cdot \sin 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\sin x = u \Rightarrow \cos x\,dx = du \Rightarrow dx=\frac{du}{\cos x} \text{ olur.}$$

$$\int \sin^4 x\cdot\sin 2x\,dx=\int \sin^4 x\cdot 2\cdot\sin x\cdot\cos x\,dx$$

$$=\int 2\sin^5 x\cdot\cos x\,dx$$

$$=\int 2u^5\cdot du$$

$$=\frac{2u^6}{6}+c=\frac{\sin^6 x}{3}+c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 52

$$\int \frac{x^3}{\sin^2(x^4+1)}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$x^4+1=u \Rightarrow 4x^3\,dx=du \text{ olur.}$$

$$\int \frac{x^3}{\sin^2(x^4+1)}\,dx=\int \frac{x^3}{\sin^2 u}\cdot\frac{du}{4x^3}$$

$$=\frac{1}{4}\int \frac{du}{\sin^2 u}$$

$$=-\frac{1}{4}\cot u+c=-\frac{1}{4}\cot(x^4+1)+c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 53

$$\int \sin(\cos^2 x)\cdot\sin 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\cos^2 x=u \Rightarrow -2\sin x\cdot\cos x\,dx=du$$

$$\Rightarrow dx=\frac{du}{-\sin 2x} \text{ olur.}$$

$$\int \sin(\cos^2 x)\cdot\sin 2x\,dx=\int \sin u\cdot\sin 2x\cdot\frac{du}{-\sin 2x}$$

$$=\int -\sin u\cdot du$$

$$=\cos u+c$$

$$=\cos(\cos^2 x)+c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 17

1. $$\int \cos^3 x\cdot\sin 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^3 x}{3}+c$ B) $\frac{\cos^5 x}{5}+c$ C) $\frac{-2\cos^5 x}{5}+c$

D) $\frac{2\cos^5 x}{5}+c$ E) $\frac{-3\cos^5 x}{5}+c$

2. $$\int \sin^2 x\cdot\sin 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\cos^4 x}{2}+c$ B) $\frac{\sin^4 x}{2}+c$ C) $\frac{\sin^4 x}{4}+c$

D) $-\frac{\sin^4 x}{2}+c$ E) $-\frac{\cos^4 x}{4}+c$

3. $$\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3-1)}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cot(x^3-1)+c$ B) $\tan(x^3-1)+c$

C) $\frac{\tan(x^3-1)}{6}+c$ D) $\frac{\cot(x^3-1)}{3}+c$

E) $\frac{\tan(x^3-1)}{3}+c$

4. $$\int \cos(\sin^2 x)\cdot\sin 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) sinx + c B) sin(sinx) + c C) $\sin(\sin^2 x)+c$

D) $\cos(\sin^2 x)+c$ E) $-\sin(\sin^2 x)+c$

5. $$\int \frac{e^x}{\sin^2(e^x+2)}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\cot(e^x+2)+c$ B) $-\cot(e^x)+c$

C) $\cot(e^x+2)+c$ D) $\tan(e^x+2)+c$

E) $-\tan(e^x+2)+c$

1–C 2–B 3–E 4–C 5–A

Trigonometrik Özdeşlikler Yardımıyla İntegral Alma

ÖĞRETEN SORU – 54

$$\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}\, dx = \int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x}\, dx$$

$$= \int \left(\frac{\sin^2 x}{\sin x \cdot \cos x} + \frac{\cos^2 x}{\sin x \cdot \cos x} \right) dx$$

$$= \int (\tan x + \cot x)\, dx = -\ln|\cos x| + \ln|\sin x| + c$$

$= \ln|\tan x| + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 55

$$\int \frac{1}{1+\cos x}\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{1}{1+\cos x}\, dx = \int \frac{1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}\, dx = \int \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}\, dx$$

$$= \int \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}\, dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x} \right) dx$$

$$= -\cot x - \int \frac{du}{u^2}$$

$\sin x = u$
$\cos x dx = du$

$$= -\cot x + \frac{1}{u} + c$$

$= -\cot x + \dfrac{1}{\sin x} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 56

$$\int \frac{1}{1+\sin x}\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{1}{1+\sin x}\, dx = \int \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x}\, dx = \int \frac{1-\sin x}{\cos^2 x}\, dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx$$

$\cos x = u$
$-\sin x dx = du$

$$= \tan x + \int \frac{du}{u^2}$$

$$= \tan x - \frac{1}{u} + c$$

$= \tan x - \dfrac{1}{\cos x} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 18

1. $\displaystyle\int \frac{1}{\sin 2x}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\cos x| + \ln|\sin x| + c$
B) $\ln|\cos x| - \ln|\sin x| + c$
C) $-\frac{1}{2}[\ln|\cos x| + \ln|\sin x|] + c$
D) $\frac{1}{2}[\ln|\sin x| - \ln|\cos x|] + c$
E) $\frac{1}{2}[\ln|\cos x| + \ln|\sin x|] + c$

2. $\displaystyle\int \frac{1}{1-\cos x}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$
B) $-\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
C) $\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$
D) $\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
E) $-\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$

3. $\displaystyle\int \frac{1}{1-\sin x}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\tan x - \frac{1}{\cos x} + c$
B) $\tan x + \frac{1}{\sin x} + c$
C) $\cot x + \frac{1}{\cos x} + c$
D) $\cot x - \frac{1}{\cos x} + c$
E) $\tan x + \frac{1}{\cos x} + c$

4. $\displaystyle\int \frac{1-\cos x}{\sin x}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|\sin x| + c$
B) $\ln|1 + \cos x| + c$
C) $-\ln|1 + \cos x| + c$
D) $\ln|1 - \cos x| + c$
E) $-\ln|1 - \cos x| + c$

5. $\displaystyle\int \frac{1+\cos x}{\sin^2 x}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\tan x - \frac{1}{\sin x} + c$
B) $\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
C) $-\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$
D) $-\cot x - \frac{1}{\sin x} + c$
E) $\cot x + \frac{1}{\sin x} + c$

1–D 2–B 3–E 4–C 5–D

$\displaystyle\int \frac{dx}{1+f^2(x)}$ ve $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1-f^2(x)}}$ ifadelerinin integralleri

- $\displaystyle\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + c$
- $\displaystyle\int \frac{-dx}{1+x^2} = \text{arccot}\, x + c$
- $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$
- $\displaystyle\int \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos x + c$

ÖĞRETEN SORU – 57

$$\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\ln x = u \Rightarrow \frac{1}{x} dx = du \Rightarrow dx = x \cdot du$ olur.

$$\int \frac{dx}{x(1+\ln^2 x)} = \int \frac{1}{x(1+u^2)} \cdot x\, du$$

$$= \int \frac{du}{1+u^2}$$

$$= \arctan u + c$$

$= \arctan(\ln x) + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 58

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{1-(e^x)^2}}\, dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$e^x = u \Rightarrow e^x dx = du$

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{1-(e^x)^2}}\, dx = \int \frac{e^x}{\sqrt{1-u^2}} \cdot \frac{du}{e^x}$$

$$= \int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \arcsin u + c$$

$= \arcsin(e^x) + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 19

1. **Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?**

A) $\displaystyle\int \frac{2x}{1+x^4}\, dx = \arctan x^2 + c$
B) $\displaystyle\int \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}\, dx = \arcsin x^3 + c$
C) $\displaystyle\int \frac{-dx}{1+(x+1)^2} = \text{arccot}(x+1) + c$
D) $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sin^2 x} = -\arctan(\sin x) + c$
E) $\displaystyle\int \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}}\, dx = \arccos(\cos x) + c$

2. $\displaystyle\int \frac{4x^3}{1+x^8}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\arctan x^3 + c$
B) $\arctan x^4 + c$
C) $\arctan x^2 + c$
D) $\arctan x + c$
E) $\text{arccot} x^4 + c$

3. $\displaystyle\int \frac{3x^2+2}{\sqrt{1-(x^3+2x)^2}}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\arccos(3x^2 + 2) + c$
B) $\arcsin(3x^2 + 2) + c$
C) $\arcsin(x^3 + 2x) + c$
D) $-\arcsin(x^3 + 2x) + c$
E) $\arctan(x^3 + 2x) + c$

4. $\displaystyle\int \frac{5x^4}{(x^5+1)^2+1}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\text{arccot}(x^5 + 1) + c$
B) $\tan(x^5 + 1) + c$
C) $\arctan(x^5 + 1) + c$
D) $\arcsin(x^5 + 1) + c$
E) $\ln|x^5 + 1| + c$

5. $\displaystyle\int \frac{e^x+1}{\sqrt{1-(e^x+x)^2}}\, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(e^x + x) + c$
B) $\arccos(e^x + x) + c$
C) $\arcsin(e^x) + c$
D) $-\arcsin(e^x + x) + c$
E) $\arctan(e^x + x) + c$

1–D 2–B 3–C 4–C 5–A

$\int \frac{dx}{x^2+a^2}$ ifadesinin integrali

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 59

$$\int \frac{dx}{x^2+10x+26}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^2 + 10x + 26 = x^2 + 10x + 25 + 1$

$= (x+5)^2 + 1$ olur.

$x + 5 = u \Rightarrow dx = du$ olur.

$$\int \frac{dx}{(x+5)^2+1} = \int \frac{du}{u^2+1} = \arctan u + c$$

$$= \arctan(x+5) + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 60

$$\int \frac{dx}{x^2+6x+25}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x^2 + 6x + 25 = x^2 + 6x + 9 + 16 = (x+3)^2 + 4^2$ olur.

$$\int \frac{dx}{4^2+(x+3)^2} = \frac{1}{4}\arctan\left(\frac{x+3}{4}\right) + c$$ bulunur.

(Formül kullanıldı)

ÖĞRETEN SORU – 61

$$\int \frac{2x-5}{x^2+9}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{2x-5}{x^2+9}dx = \int \frac{2x}{x^2+9}dx - \int \frac{5}{x^2+3^2}dx$$

$x^2 + 9 = u \Rightarrow 2x\,dx = du$ olur.

$$= \int \frac{2x}{u}\cdot\frac{du}{2x} - 5\int \frac{dx}{x^2+3^2}$$

$$= \ln|u| - \frac{5}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$$

$$= \ln|x^2+9| - \frac{5}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 20

1. $\int \frac{dx}{x^2+16}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{16}\arctan x + c$
B) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x}{4} + c$
C) $\frac{1}{4}\text{arccot}\frac{x}{4} + c$
D) $4\arctan\frac{x}{4} + c$
E) $\frac{1}{16}\arctan\frac{x}{16} + c$

2. $\int \frac{dx}{x^2+10x+50}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{25}\arctan\frac{x}{5} + c$
B) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x-5}{5}\right) + c$
C) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x+5}{5}\right) + c$
D) $\frac{1}{25}\arctan\left(\frac{x+5}{5}\right) + c$
E) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x+5}{25}\right) + c$

3. $\int \frac{dx}{x^2+4x+13}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$
B) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + c$
C) $\frac{1}{9}\arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + c$
D) $\frac{1}{3}\text{arccot}\left(\frac{x+2}{3}\right) + c$
E) $\frac{1}{3}\arctan(x+2) + c$

4. $\int \frac{x+3}{x^2+36}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{6} + c$
B) $\ln|x^2+36| + c$
C) $\frac{1}{2}|x^2+36| + c$
D) $\frac{1}{2}\left[\ln|x^2+36| + \arctan\frac{x}{6}\right] + c$
E) $\frac{1}{2}\left[\ln|x^2+36| + \arctan\frac{x}{3}\right] + c$

5. $\int \frac{x}{x^2-4x+5}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+5| + c$
B) $2\arctan(x-2) + c$
C) $\frac{1}{2}[\ln|x^2-4x+5| + 2\arctan(x-2)] + c$
D) $\ln|x^2-4x+5| - 4\arctan(x-2) + c$
E) $\frac{1}{2}[\ln|x^2-4x+5| + 4\arctan(x-2)] + c$

1–B 2–C 3–B 4–D 5–E

$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$ ve $\int \frac{dx}{a^2+b^2x^2}$ ifadelerinin integralleri

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-b^2x^2}} = \frac{1}{b}\arcsin\frac{bx}{a} + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2+b^2x^2} = \frac{1}{a\cdot b}\arctan\frac{bx}{a} + c$$

ÖĞRETEN SORU – 62

$$\int \frac{dx}{25+16x^2}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{25\left(1+\frac{16x^2}{25}\right)} = \frac{1}{25}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{4x}{5}\right)^2}$$

$\frac{4x}{5} = u$ olsun. $\frac{4}{5}dx = du$ olur.

$$= \frac{1}{25}\int \frac{\frac{5}{4}du}{1+u^2} = \frac{1}{25}\cdot\frac{5}{4}\int \frac{du}{1+u^2}$$

$$= \frac{1}{20}\arctan u + c$$

$$= \frac{1}{20}\arctan\left(\frac{4x}{5}\right) + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 63

$$\int \frac{dx}{\sqrt{16-(3x-1)^2}}$$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{16\left(1-\frac{(3x-1)^2}{16}\right)}} = \frac{1}{4}\int \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{3x-1}{4}\right)^2}}$$

$\frac{3x-1}{4} = u$ olsun. $\frac{3}{4}dx = du \Rightarrow dx = \frac{4}{3}du$ olur.

$$= \frac{1}{4}\int \frac{\frac{4}{3}du}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$

$$= \frac{1}{3}\arcsin u + c$$

$$= \frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{3x-1}{4}\right) + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 21

1. $\int \frac{dx}{25+4x^2}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5} + c$
B) $\frac{1}{5}\arctan\frac{2x}{5} + c$
C) $\frac{1}{10}\arctan\frac{x}{10} + c$
D) $\frac{1}{10}\arctan\frac{2x}{5} + c$
E) $\frac{1}{10}\arctan\frac{x}{5} + c$

2. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-(2x-1)^2}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{2x-1}{2}\right) + c$
B) $\frac{1}{2}\arcsin(2x-1) + c$
C) $\frac{1}{4}\arcsin\left(\frac{2x-1}{2}\right) + c$
D) $\frac{1}{2}\arcsin\left(\frac{2x-1}{4}\right) + c$
E) $\frac{1}{4}\arcsin\left(\frac{2x-1}{4}\right) + c$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x-8}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin(x-3) + c$
B) $\arcsin(x+3) + c$
C) $\arccos(x-3) + c$
D) $\arcsin(3-x) + c$
E) $\arccos(x+3) + c$

4. $\int \frac{4}{\sqrt{1-16x^2}}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin 4x + c$
B) $\arcsin 2x + c$
C) $2\arcsin 4x + c$
D) $4\arcsin 4x + c$
E) $\frac{1}{4}\arcsin 4x + c$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+6x-5}}$ integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin\left(\frac{x+3}{2}\right) + c$
B) $\arcsin(x+3) + c$
C) $\frac{1}{4}\arcsin\left(\frac{x-3}{2}\right) + c$
D) $\frac{1}{2}\arcsin(x-3) + c$
E) $\arcsin\left(\frac{x-3}{2}\right) + c$

1–D 2–A 3–A 4–A 5–E

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 1

İntegratında $\sqrt{a^2-x^2}$ den başka köklü ifade bulunmayan integralleri hesaplamak için

$$x=a\sin t \quad \left(-\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{\pi}{2}\right)$$

değişken değiştirmesi yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 64

$$\int\sqrt{16-x^2}dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

x = 4sint olursa, dx = 4cost dt olur.

$$\int\sqrt{16-x^2}dx=\int\sqrt{16-16\sin^2 t}\cdot 4\cos t\,dt$$

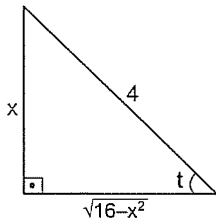
$$=4\int\sqrt{1-\sin^2 t}\cdot 4\cos t\,dt$$

$$=4\int\sqrt{1-\sin^2 t}\cdot 4\cos t\,dt=16\int\sqrt{\cos^2 t}\cdot\cos t\,dt$$

$$=16\int\cos t\cdot\cos t\,dt=16\int\cos^2 t\,dt$$

$$=16\int\frac{\cos 2t+1}{2}dt=\frac{16}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2t+t\right)+c$$

$$x=4\sin t\Rightarrow \sin t=\frac{x}{4}$$



$$\sin 2t=2\sin t\cdot\cos t$$

$$=2\cdot\frac{x}{4}\cdot\frac{\sqrt{16-x^2}}{4}$$ ve $t=\arcsin\frac{x}{4}$ yazılırsa,

$$\int\sqrt{16-x^2}\,dx=8\left(\frac{1}{2}\sin 2t+t\right)+c$$

$$=8\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{x\sqrt{16-x^2}}{8}+\arcsin\frac{x}{4}\right)+c$$

$$=\frac{1}{2}x\sqrt{16-x^2}+8\arcsin\frac{x}{4}+c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 22

1. $\int\sqrt{9-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\arcsin\frac{x}{3}+\frac{x}{9}\sqrt{9-x^2}+c$

B) $2\left[\arcsin\frac{x}{3}+\frac{x}{9}\sqrt{9-x^2}\right]+c$

C) $\frac{9}{2}\left[\arcsin\frac{x}{3}+\frac{x}{9}\sqrt{9-x^2}\right]+c$

D) $\frac{9}{2}\left[\arcsin\frac{x}{3}+\sqrt{9-x^2}\right]+c$

E) $\frac{11}{2}\left[\arcsin\frac{x}{3}+\frac{x}{9}\sqrt{9-x^2}\right]+c$

2. $\int\sqrt{25-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{2}\sqrt{25-x^2}+\frac{25}{2}\arcsin\frac{x}{5}+c$

B) $x\sqrt{25-x^2}+\frac{25}{2}\arcsin\frac{x}{5}+c$

C) $\frac{x}{4}\sqrt{25-x^2}+\arcsin\frac{x}{5}+c$

D) $\frac{x}{2}\sqrt{25-x^2}+\arcsin\frac{x}{5}+c$

E) $\frac{x}{4}\sqrt{25-x^2}+\frac{25}{4}\arcsin\frac{x}{5}+c$

3. $\int\frac{dx}{x^2\sqrt{16-x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{16-x^2}}{16}+c$ B) $\frac{-\sqrt{16-x^2}}{4x}+c$

C) $\frac{-\sqrt{16-x^2}}{16x}+c$ D) $\frac{\sqrt{16-x^2}}{16x}+c$

E) $-\frac{\sqrt{x^2-16}}{16x}+c$

4. $\int\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\arcsin\frac{x}{2}-4\sqrt{4-x^2}+c$

B) $\arcsin\frac{x}{2}-x\sqrt{4-x^2}+c$

C) $2\arcsin\frac{x}{2}-\frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}+c$

D) $\arcsin\frac{x}{2}-\frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}+c$

E) $2\arcsin\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\sqrt{4-x^2}+c$

1–C 2–A 3–C 4–C

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 2

NOT:

İntegratında $\sqrt{x^2-a^2}$ den başka köklü ifade bulunmayan integralleri hesaplamak için

$$x=\frac{a}{\cos t}\quad\left(0\le t<\frac{\pi}{2}\ \vee\ \frac{\pi}{2}<t\le\pi\right)$$

değişken değiştirmesi yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 65

$$\int\frac{\sqrt{x^2-9}}{3x}dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$x=\frac{3}{\cos t}$ olursa, $dx=\frac{3\sin t}{\cos^2 t}dt$ olur.

$$\int\frac{\sqrt{x^2-9}}{3x}dx=\int\frac{\sqrt{\frac{9}{\cos^2 t}-9}}{3\cdot\frac{3}{\cos t}}\cdot\frac{3\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int\frac{3\cdot\sqrt{\frac{1-\cos^2 t}{\cos^2 t}}}{\frac{9}{\cos t}}\cdot\frac{3\sin t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int\frac{\cancel{3}\cdot\frac{\sin t}{\cancel{\cos t}}}{\frac{\cancel{9}}{\cancel{\cos t}}}\cdot\frac{\sin t}{\cos^2 t}dt=\int\frac{\sin^2 t}{\cos^2 t}dt$$

$$=\int\tan^2 t\,dt=\int(\tan^2 t-1+1)\,dt$$

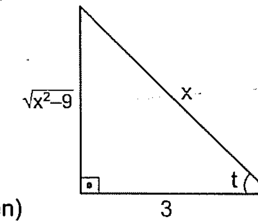
$$=\tan t-t+c$$

$$x=\frac{3}{\cos t}\Rightarrow\cos t=\frac{3}{x}$$

$$t=\arccos\frac{3}{x}$$

$$\tan t=\frac{\sqrt{x^2-9}}{3}$$

(Şekildeki dik üçgenden)



Değerler sonuca yazılırsa

$= \tan t - t + c$

$$=\frac{\sqrt{x^2-9}}{3}-\arccos\frac{3}{x}+c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 23

1. $\int\frac{\sqrt{x^2-4}}{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\left[\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}-\arccos\frac{2}{x}\right]+c$

B) $\sqrt{x^2-4}-\arcsin\frac{2}{x}+c$

C) $\sqrt{x^2-4}-\arccos\frac{2}{x}+c$

D) $4\left[\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}-\arccos\frac{x}{2}\right]+c$

E) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{2}-\arccos\frac{2}{x}+c$

2. $\int\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\cos\left(\arcsin\frac{1}{x}\right)+c$ B) $\sin\left(\arccos\frac{1}{x}\right)+c$

C) $\sin(\arccos x)+c$ D) $\cos\left(\arccos\frac{1}{x}\right)+c$

E) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{x}\right)+c$

3. $\int\frac{x}{\sqrt{x^2-4}}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x^2-4|+c$ B) $(x^2-4)^2+c$

C) $\frac{1}{2}\sqrt{x^2-4}+c$ D) $\frac{2}{3}(x^2-4)^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\sqrt{x^2-4}+c$

4. $\int\frac{dx}{2x\sqrt{x^2-1}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\arccos\frac{1}{x}+c$ B) $\frac{1}{4}\arccos\frac{2}{x}+c$

C) $\arccos(x-1)+c$ D) $\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{x}+c$

E) $-\frac{1}{2}\arccos\frac{1}{x}+c$

1–A 2–B 3–E 4–D

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 3

İntegratında $\sqrt{a^2+x^2}$ den başka köklü ifade bulunmayan integralleri hesaplamak için

$$x = a\tan t \left(-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}\right)$$

değişken değiştirmesi yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 66

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}\cdot(1+x^2)}$$

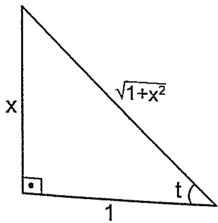
integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$x = \tan t$ olursa, $dx = \frac{1}{\cos^2 t}\,dt$ olur.

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}(1+x^2)} = \int \frac{\frac{1}{\cos^2 t}\,dt}{\sqrt{1+\tan^2 t}\cdot(1+\tan^2 t)}$$

$$= \int \frac{\frac{dt}{\cos^2 t}}{\frac{1}{\cos t}\cdot\frac{1}{\cos^2 t}} = \int \cos t\,dt = \sin t + c$$



$$\tan t = x \Rightarrow \sin t = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 24

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+16}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{\sqrt{16+x^2}}{2x}+c$ B) $\dfrac{\sqrt{16+x^2}}{4x}+c$

C) $-\dfrac{\sqrt{16+x^2}}{4x}+c$ D) $\dfrac{\sqrt{16+x^2}}{16x}+c$

E) $-\dfrac{\sqrt{16+x^2}}{16x}+c$

2. $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2\sqrt{25+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{\sqrt{25+x^2}}{x}+c$ B) $-\dfrac{\sqrt{25+x^2}}{25x}+c$

C) $-\dfrac{\sqrt{25+x^2}}{10x}+c$ D) $\sqrt{25+x^2}+c$

E) $-\sqrt{25+x^2}+c$

3. $\displaystyle\int \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}+c$ B) $\dfrac{9x}{\sqrt{x^2+9}}$

C) $\dfrac{1}{9\sqrt{x^2+9}}+c$ D) $\dfrac{x}{9\sqrt{x^2+9}}+c$

E) $\dfrac{x}{3\sqrt{x^2+9}}+c$

4. $\displaystyle\int \frac{dx}{(4+x^2)\cdot\sqrt{4+x^2}}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{x}{4\sqrt{4+x^2}}+c$ B) $\dfrac{x}{\sqrt{4+x^2}}+c$

C) $\dfrac{1}{x\sqrt{4+x^2}}+c$ D) $\dfrac{4}{x\sqrt{4+x^2}}+c$

E) $\dfrac{x}{16\sqrt{4+x^2}}+c$

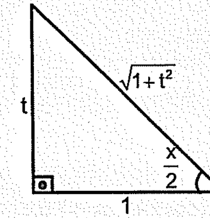
1–E 2–B 3–D 4–A

Öğreten Matematik Fasikülleri ∘ İNTEGRAL ve UYGULAMALARI

Bazı Özel Tipteki İntegrallerin Değişken Değiştirmeleri – 4

İntegratında sinx ve cosx rasyonel fonksiyonları bulunuyorsa $\tan\frac{x}{2} = t$ değişken değiştirmesi yapılır.

İntegrat t türünden bir rasyonel fonksiyonun integraline dönüşür.



$$\cos\frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\sin\frac{x}{2} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\sin x = 2\cdot\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2} = 2\cdot\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

$$\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{t^2+1} - \frac{t^2}{1+t^2}$$

$$\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

$$\tan\frac{x}{2} = t \Rightarrow \frac{x}{2} = \arctan t \Rightarrow x = 2\arctan t$$

$$\Rightarrow dx = \frac{2}{1+t^2}\,dt \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 67

$$\int \frac{dx}{1+\sin x}$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\tan\frac{x}{2} = t$ dönüşümü kullanılırsa,

$\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$ ve $dx = \frac{2dt}{1+t^2}$ olur.

Bu değerleri integralde yerine yazarsak;

$$\int \frac{dx}{1+\sin x} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{1+\frac{2t}{1+t^2}} = \int \frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{\frac{t^2+2t+1}{1+t^2}}$$

$$= \int \frac{2dt}{(t+1)^2} = 2\left(\frac{-1}{1+t}\right)+c$$

$$= \frac{-2}{1+\tan\frac{x}{2}}+c \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 25

1. $\displaystyle\int \frac{dx}{1-\sin x}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\dfrac{1}{1-\tan\frac{x}{2}}+c$ B) $\dfrac{2}{1-\tan\frac{x}{2}}+c$

C) $\dfrac{2}{\tan\frac{x}{2}-1}+c$ D) $\dfrac{4}{1-\tan\frac{x}{2}}+c$

E) $\dfrac{1}{\tan\frac{x}{2}-1}+c$

2. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\cos x}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\tan\frac{x}{2}+c$ B) $\frac{1}{2}\tan\frac{x}{2}+c$ C) $2\tan\frac{x}{2}+c$

D) $\dfrac{2}{\tan\frac{x}{2}}+c$ E) $\dfrac{1}{\tan\frac{x}{2}}+c$

3. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sin x-\cos x}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| - \ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$

B) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + \ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$

C) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$

D) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}-1\right|+c$

E) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right| - \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+c$

4. $\displaystyle\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$

integralinin eşiti nedir?

A) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+c$ B) $\ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$

C) $2\ln\left|\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$ D) $\ln\left|2\tan\frac{x}{2}-1\right|+c$

E) $\ln\left|2\tan\frac{x}{2}+1\right|+c$

1–B 2–A 3–A 4–B

Trigonometrik Özdeşliklerden Yaralanarak İntegral Alma - 1

ÖĞRETEN SORU – 68

$\int \cot x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$

$\int \cot x \, dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{\cos x}{u} \cdot \frac{du}{\cos x}$

$= \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|\sin x| + c$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 69

$\int (\tan^6 x + \tan^4 x) \, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\tan x = u \Rightarrow (1 + \tan^2 x) \, dx = du$ olur.

$\int (\tan^6 x + \tan^4 x) \, dx = \int \tan^4 x(\tan^2 x + 1) \, dx$

$= \int u^4 \cdot du = \frac{u^5}{5} + c$

$= \frac{\tan^5 x}{5} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 70

$\int \frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\cot x = u \Rightarrow -\operatorname{cosec}^2 x \, dx = du$

$\Rightarrow -\frac{dx}{\sin^2 x} = du$

$\Rightarrow dx = -\sin^2 x \, du$ olur.

$\int \frac{\cot^2 x}{\sin^2 x} dx = \int \frac{u^2}{\sin^2 x} \cdot (-\sin^2 x \, du)$

$= \int -u^2 \, du$

$= -\frac{u^3}{3} + c$

$= -\frac{\cot^3 x}{3} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 26

1. $\int \tan x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\ln|\sin x| + c$
B) $\ln|\sin x| + c$
C) $-\ln|\cos x| + c$
D) $\ln|\cos x| + c$
E) $\ln|\tan x| + c$

2. $\int (\cot x + \cot^3 x) \, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{\cot^2 x}{2} + c$
B) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$
C) $\frac{\cot^2 x}{2} + c$
D) $\frac{\sin^2 x}{2} + c$
E) $-\frac{\tan^2 x}{2} + c$

3. $\int \frac{\tan^3 x}{\cos^2 x} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\tan^3 x}{3} + c$
B) $\frac{\tan^4 x}{4} + c$
C) $-\frac{\tan^4 x}{4} + c$
D) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
E) $-\frac{\sin^4 x}{4} + c$

4. $\int \cot^2 x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $x - \cot x + c$
B) $-x + \tan x + c$
C) $x - \tan x + c$
D) $-x - \cot x + c$
E) $-x + \cot x + c$

5. $\int \frac{\cot^3 x}{\sin^2 x} dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{\cot^3 x}{3} + c$
B) $\frac{\tan^4 x}{x} + c$
C) $\frac{\cot^4 x}{4} + c$
D) $-\cot^4 x + c$
E) $-\frac{\cot^4 x}{4} + c$

1–C 2–A 3–B 4–D 5–E

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 2

- $\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2}[\sin(A+B) + \sin(A-B)]$
- $\sin A \cdot \sin B = -\frac{1}{2}[\cos(A+B) - \cos(A-B)]$
- $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A+B) + \cos(A-B)]$

trigonometrik eşitliklerinden yararlanarak integralleri hesaplaması kolay hale dönüştürebiliriz.

ÖĞRETEN SORU – 71

$\int \sin 7x \cdot \sin x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Trigonometrik eşitliklerden

$\sin 7x \cdot \sin x = -\frac{1}{2}[\cos 8x - \cos 6x]$

ifadeleri integralde yerine yazılırsa;

$\int \sin 7x \cdot \sin x \, dx = \int -\frac{1}{2}[\cos 8x - \cos 6x] \, dx$

$= -\frac{1}{2}\left[\frac{\sin 8x}{8} - \frac{\sin 6x}{6}\right] + c$

$= \frac{\sin 6x}{12} - \frac{\sin 8x}{16} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 72

$\int \sin 6x \cdot \cos 2x \, dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

Trigonometrik eşitliklerden

$\sin 6x \cdot \cos 2x = \frac{1}{2}[\sin 8x + \sin 4x]$

ifadelesi integralde yerine yazılırsa;

$\int \sin 6x \cdot \cos 2x \, dx = \int \frac{1}{2}[\sin 8x + \sin 4x] \, dx$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{-\cos 8x}{8} - \frac{\cos 4x}{4}\right] + c$

$= -\frac{\cos 8x}{16} - \frac{\cos 4x}{8} + c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 27

1. $\int \sin 3x \cdot \sin x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$
B) $-\frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$
C) $\sin 4x + \sin 2x + c$
D) $\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$
E) $-\frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$

2. $\int \cos 5x \cdot \cos 2x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{1}{14}\sin 7x + \frac{1}{6}\sin 3x + c$
B) $\frac{1}{7}\sin 7x + \frac{1}{3}\sin 3x + c$
C) $\frac{1}{7}\sin 7x - \frac{1}{3}\sin 3x + c$
D) $\frac{1}{14}\sin 7x - \frac{1}{6}\sin 3x + c$
E) $-\frac{1}{14}\sin 7x - \frac{1}{6}\sin 3x + c$

3. $\int \sin\frac{x}{4} \cdot \cos\frac{3x}{4} \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $2\cos x + 2\cos\frac{x}{2} + c$
B) $-\frac{1}{2}\cos x + \cos\frac{x}{2} + c$
C) $-2\cos x + \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} + c$
D) $\frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} + c$
E) $4\cos x - 2\cos\frac{x}{2} + c$

4. $\int \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 4x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{1}{24}\cos 6x + \frac{1}{8}\cos 2x + c$
B) $\frac{1}{24}\cos 6x - \frac{1}{8}\cos 2x + c$
C) $-\frac{1}{12}\cos 6x - \frac{1}{6}\cos 2x + c$
D) $\frac{1}{12}\cos 6x + \frac{1}{4}\cos 2x + c$
E) $-\frac{1}{24}\cos 6x + \frac{1}{8}\cos 2x + c$

1–B 2–A 3–B 4–E

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 3

- $\sin^2x + \cos^2x = 1$
- $\tan x \cdot \cot x = 1$
- $\sin 2x = 2\sin x\cos x$
- $\cos 2x = \cos^2x - \sin^2x$
  $= 2\cos^2x - 1$
  $= 1 - 2\sin^2x$
- $\cos 2x = 2\cos^2x - 1 \Rightarrow \cos^2x = \dfrac{\cos 2x + 1}{2}$
- $\cos 2x = 1 - 2\sin^2x \Rightarrow \sin^2x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$

ÖĞRETEN SORU – 73

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1+\cos 2x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\cos 2x = 2\cos^2x - 1$ olduğundan yerine yazılırsa

$$\int \sqrt{1+\cos 2x}\,dx = \int \sqrt{1+2\cos^2x-1}\,dx$$
$$= \int \sqrt{2\cos^2x}\,dx$$
$$= \int \sqrt{2}\cos x\,dx$$
$$= \sqrt{2}\sin x + c \quad \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 74

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1+\sin 2x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\cos^2x + \sin^2x = 1$

$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$

eşitliklerini yerine yazalım.

$$\int \sqrt{1+\sin 2x}\,dx = \int \sqrt{\sin^2x+\cos^2x+2\sin x\cdot\cos x}\,dx$$
$$= \int \sqrt{(\sin x+\cos x)^2}\,dx$$
$$= \int (\sin x+\cos x)\,dx$$
$$= \sin x - \cos x + c \quad \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 28

1. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sqrt{2}\sin x + c$ B) $\sqrt{2}\cos x + c$
C) $-\sqrt{2}\sin x + c$ D) $-\sqrt{2}\cos x + c$
E) $-2\cos x + c$

2. $$\int \frac{\sin 4x}{\cos^2x - \sin^2x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\cos 2x + c$ B) $\cos 2x + c$
C) $\sin x - \cos x + c$ D) $\sin 2x + c$
E) $-\frac{1}{2}\cos 2x + c$

3. $$\int (\cos^4x - \sin^4x)\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $\sin 2x + c$ B) $\cos 2x + c$
C) $\frac{1}{2}\sin 2x + c$ D) $-\frac{1}{2}\sin 2x + c$
E) $2\sin 2x + c$

4. $$\int \sin x\cdot\cos x\cdot\cos 2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{16}\sin 4x + c$ B) $-\frac{1}{4}\cos 4x + c$
C) $\frac{1}{4}\sin 4x + c$ D) $\frac{1}{16}\cos 4x + c$
E) $-\frac{1}{16}\cos 4x + c$

5. $$\int \frac{\cos x - 1}{\sin x}\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\ln|\sin x| + c$ B) $\ln\left|\sin\frac{x}{2}\right| + c$
C) $2\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right| + c$ D) $\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right| + c$
E) $-2\ln\left|\cos\frac{x}{2}\right| + c$

1–D 2–A 3–C 4–E 5–C

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma – 4

ÖĞRETEN SORU – 75

$$\int \sin^2x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\sin^2x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$ eşitliğini yerine yazalım.

$$\int \sin^2x\,dx = \int \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2}\right)dx$$
$$= \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin 2x + c$$
$$= \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + c \quad \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 76

$$\int \sin^3x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \sin^3x\,dx = \int \sin^2x\cdot\sin x\,dx$$
$$= \int (1-\cos^2x)\cdot\sin x\,dx$$

$\cos x = u$ ise $-\sin x\,dx = du$ olur.

$$\int (1-\cos^2x)\cdot\sin x\,dx = \int (1-u^2)\cdot\sin x\cdot\frac{du}{-\sin x}$$
$$= -\int (1-u^2)\,du$$
$$= -u + \frac{u^3}{3} + c$$
$$= -\cos x + \frac{\cos^3x}{3} + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 29

1. $\int \cos^2x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos 2x}{4} + \frac{x}{2} + c$ B) $\frac{\sin 2x}{4} - \frac{x}{2} + c$
C) $\frac{\sin 2x}{2} + \frac{x}{2} + c$ D) $\frac{\cos 2x}{2} + \frac{x}{2} + c$
E) $\frac{\sin 2x}{4} + \frac{x}{2} + c$

2. $\int \sin^5x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\sin^5x}{5} + \frac{2\sin^3x}{3} - \sin x + c$
B) $\frac{\sin^3x}{3} - \frac{\sin^2x}{2} + c$
C) $-\frac{\cos^5x}{5} - \frac{\cos^3x}{3} + 5$
D) $-\frac{\cos^5x}{5} + \frac{2}{3}\cos^3x - \cos x + c$
E) $\frac{\cos^5x}{5} - \frac{2}{3}\cos^3x + \cos x + c$

3. $\int \cos^3x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\sin x - \frac{\sin^3x}{3} + c$ B) $\cos x - \frac{\cos^3x}{3} + c$
C) $\sin x + \frac{\sin^3x}{3} + c$ D) $2\sin x - \frac{\sin^3x}{3} + c$
E) $\sin x - \frac{\sin^2x}{2} + c$

4. $\int \cos^5x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\sin x - \sin^3x + \sin^5x + c$
B) $\cos x - \frac{2}{3}\cos^3x + \frac{\cos^5x}{5} + c$
C) $\sin x - \frac{2}{3}\sin^3x + \frac{\sin^5x}{5} + c$
D) $-\sin x - \frac{2}{3}\sin^3x + c$
E) $-\sin x - \frac{2}{3}\sin^3x + \frac{\sin^5x}{5} + c$

1–E 2–D 3–A 4–C

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 5

p ve q pozitif tam sayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında

p ve q nun ikisi de tek sayı ise biri diğeri cinsinden ifade edilerek basit değişken değiştirme ile integral hesaplanır.

ÖĞRETEN SORU – 77

$$\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx = \int \sin^2 x \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx$$

$$= \int (1-\cos^2 x) \cdot \sin x \cdot \cos x \, dx$$

$\cos x = u$ olsun. $-\sin x \, dx = du$ olur.

$$\int (1-u^2) \cdot u \cdot \sin x \cdot \frac{du}{-\sin x} = \int (u^3 - u) \, du$$

$$= \frac{u^4}{4} - \frac{u^2}{2} + c$$

$$= \frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$$

bulunur.

Bu soruda $\sin x = u$ dönüşümüde yapılabilir.

ÖĞRETEN SORU – 78

$$\int \sin^5 x \cdot \cos^5 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \sin^5 x \cdot \cos^5 x \, dx = \int \sin^5 x \cdot \cos^4 x \cdot \cos x \, dx$$

$$= \int \sin^5 x \cdot (1-\sin^2 x)^2 \cdot \cos x \, dx$$

$\sin x = u \Rightarrow \cos x \, dx = du$ olur.

$$\int u^5 \cdot (1-u^2)^2 \, du = \int u^5 \cdot (1-2u^2+u^4) \, du$$

$$= \int (u^9 - 2u^7 + u^5) \, du$$

$$= \frac{u^{10}}{10} - \frac{2u^8}{8} + \frac{u^6}{6} + c$$

$$= \frac{\sin^{10} x}{10} - \frac{\sin^8 x}{4} + \frac{\sin^6 x}{6} + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 30

1. $\int \cos^3 x \cdot \sin x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^2 x}{2} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$
B) $\frac{\sin^2 x}{2} + \frac{\sin^4 x}{4} + c$
C) $\frac{\sin^2 x}{2} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$
D) $\sin x - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$

2. $\int \sin^5 x \cdot \cos x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{2} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
B) $\frac{\sin^6 x}{6} + \frac{\sin^4 x}{2} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
C) $-\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
D) $-\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{2} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
E) $-\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{2} + \frac{\cos^2 x}{4} + c$

3. $\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^4 x}{4} + c$
B) $\frac{\sin^6 x}{6} + \frac{\sin^4 x}{4} + c$
C) $\frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^2 x}{2} + c$
D) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\cos^6 x}{6} - \frac{\cos^4 x}{4} + c$

4. $\int \sin^5 x \cdot \cos^3 x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c$
B) $\frac{\cos^6 x}{6} + \frac{\cos^8 x}{8} + c$
C) $\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$
D) $\frac{\sin^8 x}{8} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$
E) $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^4 x}{4} + c$

1-C 2-D 3-E 4-A

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 6

p ve q pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında p ve q dan biri tek, biri çift sayı ise, tek sayı olandan bir tanesi ayrılır. Geriye kalan ifade diğeri cinsinden ifade edilerek basit değişken değiştirme kuralı uygulanır.

ÖĞRETEN SORU – 79

$$\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x \, dx = \int \cos x \cdot \cos^2 x \cdot \sin^4 x \, dx$$

$$= \int \cos x \cdot (1-\sin^2 x) \cdot \sin^4 x \, dx$$

$\sin x = u$ olsun. $\cos x \, dx = du$ olur.

$$\int (1-u^2) \cdot u^4 \cdot \cos x \cdot \frac{du}{\cos x} = \int (u^4 - u^6) \, du$$

$$= \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + c$$

$$= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$$

bulunur.

Bu soruda $\sin x =$ dönüşümüde yapılabilir.

ÖĞRETEN SORU – 80

$$\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$= \int \sin^4 x \cdot \cos^4 x \cdot \cos x \, dx$$

$$= \int \sin^4 x \cdot (1-\sin^2 x)^2 \cdot \cos x \, dx$$

$\sin x = u$ olsun. $\cos x \, dx = du$ olur.

$$= \int u^4 \cdot (1-u^2)^2 \cdot \cancel{\cos x} \frac{du}{\cancel{\cos x}}$$

$$= \int u^4 \cdot (1-2u^2+u^4) \, du = \int (u^8 - 2u^6 + u^4) \, du$$

$$= \frac{u^9}{9} - \frac{2u^7}{7} + \frac{u^5}{5} + c$$

$$= \frac{\sin^9 x}{9} - \frac{2\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 31

1. $\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$
B) $\frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} + c$
C) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + c$
D) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
E) $-\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$

2. $\int \sin^2 x \cdot \cos x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$
B) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
C) $\frac{\sin^3 x}{3} - \sin x + c$
D) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
E) $\frac{\sin^3 x}{3} - x + c$

3. $\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} + c$
B) $\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c$
D) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^7 x}{7} + c$
E) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + c$

4. $\int \cos^4 x \cdot \sin x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\cos^5 x}{5} + c$
B) $\frac{\sin^5 x}{5} + c$
C) $-\frac{\cos^5 x}{5} + c$
D) $-\frac{\sin^5 x}{5} + c$
E) $-\cos^5 x + c$

5. $\int \cos^2 x \cdot \sin^3 x \, dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{\sin^5 x}{5} + \frac{\sin^3 x}{3} + c$
B) $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^3 x}{3} + c$
D) $\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c$
E) $\frac{\cos^5 x}{5} + \frac{\cos^3 x}{3} + c$

1-C 2-A 3-E 4-C 5-D

Trigonometrik Özdeşliklerden Yararlanarak İntegral Alma - 7

p ve q pozitif tamsayı olmak üzere,

$$\int \cos^p x \cdot \sin^q x \, dx$$

şeklindeki integrallerin hesaplanmasında

➢ p ve q nun her ikisi de çift sayı ise

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

eşitlikleri yerine yazılarak bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 81

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx = \int \left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)\cdot\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right) dx$$

$$= \int \frac{1}{4}(1-\cos^2 2x) \, dx$$

$$= \frac{1}{4}\int dx - \frac{1}{4}\int \cos^2 2x \, dx$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\int \frac{(1+\cos 4x)}{2} dx$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\int dx - \frac{1}{8}\int \cos 4x \, dx$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}x - \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

$$= \frac{1}{8}x - \frac{1}{32}\sin 4x + c \quad \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 82

$$\int \cos^4 x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\cos^4 x = (\cos^2 x)^2 = \left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1+2\cos 2x + \cos^2 2x}{4}$$

$$\int \cos^4 x \, dx = \frac{1}{4}\int (1 + 2\cos 2x + \cos^2 2x) \, dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[x + 2\frac{1}{2}\sin 2x + \int \frac{1+\cos 4x}{2} dx\right]$$

$$= \frac{1}{4}\left[x + \sin 2x + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)\right] + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 32

1. $\int \sin^2 2x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{2}+\frac{\sin 4x}{4}+c$ B) $\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}+c$

C) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 4x}{2}+c$ D) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 4x}{8}+c$

E) $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}+c$

2. $\int \cos^2 3x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{2}+\frac{\sin 6x}{12}+c$ B) $\frac{x}{4}+\frac{\sin 6x}{6}+c$

C) $\frac{x}{6}+\frac{\sin 6x}{12}+c$ D) $\frac{x}{2}+\frac{\sin 6x}{6}+c$

E) $\frac{x}{4}+\frac{\sin 6x}{12}+c$

3. $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{4}-\frac{1}{32}\sin 12x+c$ B) $\frac{x}{8}+\frac{1}{24}\sin 12x+c$

C) $\frac{x}{8}-\frac{1}{96}\sin 12x+c$ D) $\frac{x}{12}-\frac{1}{48}\sin 12x+c$

E) $\frac{x}{8}+\frac{1}{96}\sin 12x+c$

4. $\int \sin^4 x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x}{8}-\sin 2x+\frac{\sin 4x}{4}+c$

B) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 4x}{4}+c$

C) $\frac{3x}{8}+\frac{\sin 2x}{2}+\frac{\sin 4x}{32}+c$

D) $\frac{3x}{8}-\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 4x}{32}+c$

E) $\frac{x}{4}-\frac{\sin 2x}{4}+\frac{\sin 4x}{32}+c$

5. $\int \left(1-2\sin^2\frac{x}{2}\right) dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $-\sin x + c$ B) $\cos x + c$

C) $\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}+c$ D) $-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}+c$

E) $\sin x + c$

1–B 2–A 3–C 4–D 5–E

www.guryayinlari.com

Köklü İfadelerde Değişken Değiştirme - 1

ÖĞRETEN SORU – 83

$$\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

Kök dereceleri 2 ve 3 olduğundan

OKEK(2, 3) = 6 dır.

Bu durumda

$x + 1 = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 \, dt$

$$\int \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx = \int \frac{\sqrt{t^6}+2}{\sqrt[3]{t^6}}\cdot 6t^5 \, dt$$

$$= \int \frac{t^3+2}{t^2}\cdot 6t^5 \, dt = \int (6t^6+12t^3) \, dt$$

$$= \frac{6t^7}{7}+\frac{12t^4}{4}+c = \frac{6}{7}(x+1)^{\frac{7}{6}}+3(x+1)^{\frac{2}{3}}+c \quad \text{bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 84

$$\int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[4]{3x+1}} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

Kök dereceleri 2 ve 4 olduğundan

OKEK(2, 4) = 4 tür.

Bu durumda

$3x + 1 = t^4 \Rightarrow 3dx = 4t^3 \, dt$

$$\int \frac{\sqrt{3x+1}-1}{\sqrt[4]{3x+1}} dx = \int \frac{\sqrt{t^4}-1}{\sqrt[4]{t^4}}\cdot\frac{4t^3}{3} dt$$

$$= \int \frac{t^2-1}{t}\cdot\frac{4t^3}{3} dt = \frac{4}{3}\int (t^4-t^2) \, dt$$

$$= \frac{4}{3}\left(\frac{t^5}{5}-\frac{t^3}{3}\right)+c = \frac{4}{15}(3x+1)^{\frac{5}{4}}-\frac{4}{9}(3x+1)^{\frac{3}{4}}+c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST 33

1. $\int \frac{\sqrt{x-1}+1}{\sqrt[3]{x-1}} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}}-\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}+c$

B) $\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}}-3(x-1)^{\frac{1}{3}}+c$

C) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}}+\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}+c$

D) $\frac{3}{7}(x-1)^{\frac{7}{3}}-\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\frac{6}{7}(x-1)^{\frac{7}{6}}+\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{2}{3}}+c$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x+2}+1}{\sqrt{x+2}} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $(x+2)^{\frac{5}{6}}+3(x+2)^{\frac{1}{2}}+c$

B) $\frac{6}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}}+2(x+2)^{\frac{1}{2}}+c$

C) $\frac{3}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}}+2(x+2)^{\frac{1}{3}}+c$

D) $\frac{6}{5}(x+2)^{\frac{5}{6}}-2(x+2)^{\frac{1}{2}}+c$

E) $\frac{6}{5}(x+2)^5+2(x+2)^3+c$

3. $\int \frac{\sqrt{2x-1}+2}{\sqrt[4]{2x-1}} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{5}(2x-1)^5+\frac{4}{3}(2x-1)^3+c$

B) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}}-\frac{4}{3}(2x-1)^{\frac{3}{4}}+c$

C) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{1}{6}}+\frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{1}{2}}+c$

D) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{6}}+\frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{1}{2}}+c$

E) $\frac{2}{5}(2x-1)^{\frac{5}{4}}+\frac{4}{3}(2x-1)^{\frac{3}{4}}+c$

4. $\int \frac{\sqrt{3x}+6}{\sqrt[3]{3x}} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{7}(3x)^{\frac{7}{6}}+6(3x)^{\frac{2}{3}}+c$ B) $\frac{2}{3}(3x)^{\frac{3}{2}}+(3x)^{\frac{2}{3}}+c$

C) $\frac{1}{7}(3x)^{\frac{7}{6}}+(3x)^{\frac{2}{3}}+c$ D) $\frac{2}{7}(3x)^{\frac{7}{6}}+3(3x)^{\frac{2}{3}}+c$

E) $\frac{2}{7}(3x)^7+3(3x)^2+c$

1–C 2–B 3–E 4–D

www.guryayinlari.com

Köklü İfadelerde Değişken Değiştirme - 2

ÖĞRETEN SORU – 85

$\int x\sqrt{x+1}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x+1=u^2$ alırsak $dx=2udu$ olur.

$\int x\sqrt{x+1}\,dx=\int (u^2-1)\cdot u\cdot 2u\,du$

$=\int (2u^4-2u^2)\,du$

$=\frac{2u^5}{5}-\frac{2u^3}{3}+c$

$=\frac{2(x+1)^{\frac{5}{2}}}{5}-\frac{2(x+1)^{\frac{3}{2}}}{3}+c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 86

$\int x^2\sqrt{x-1}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$x-1=u^2$ alırsak $dx=2u\,du$ olur.

$\int x^2\sqrt{x-1}\,dx=\int (u^2+1)^2\cdot u\cdot 2u\,du$

$=\int (u^4+2u^2+1)\cdot 2u^2\,du$

$=\int (2u^6+4u^4+2u^2)\,du$

$=\frac{2u^7}{7}+\frac{4u^5}{5}+\frac{2u^3}{3}+c$

$=\frac{2}{7}(x-1)^{\frac{7}{2}}+\frac{4}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}}+c$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 34

1. $\int x\sqrt{x+2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{5}(x+2)^5-\frac{4}{3}(x+2)^3+c$

B) $\frac{(x+2)^5}{5}-\frac{(x+2)^5}{3}+c$

C) $\frac{(x+2)^{\frac{5}{2}}}{5}-\frac{(x+2)^{\frac{3}{2}}}{3}+c$

D) $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}-\frac{4}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\frac{2}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}+c$

2. $\int x\sqrt{x-3}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}}+2(x-3)^{\frac{3}{2}}+c$

B) $\frac{1}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}}+(x-3)^{\frac{3}{2}}+c$

C) $\frac{3}{5}(x-3)^5+2(x-3)^3+c$

D) $5(x-3)^{\frac{5}{2}}+(x-3)^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}}+6(x-3)^{\frac{3}{2}}+c$

3. $\int x^2\sqrt{x+2}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{2}{7}(x+2)^{\frac{7}{2}}+\frac{8}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}+\frac{8}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}+c$

B) $(x+2)^7+(x+2)^5+(x+2)^3+c$

C) $\frac{2}{7}(x+2)^{\frac{7}{2}}-\frac{8}{5}(x+2)^{\frac{5}{2}}+\frac{8}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}+c$

D) $\frac{2}{7}(x+2)^7-\frac{8}{5}(x+2)^5+\frac{8}{3}(x+2)^3+c$

E) $(x+2)^{\frac{7}{2}}+(x+2)^{\frac{5}{2}}+(x+2)^{\frac{3}{2}}+c$

4. $\int (x+2)\sqrt{x-1}\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{5}(x-1)^5+2(x-1)^3+c$

B) $\frac{2}{5}(x-1)^5+2(x-1)^3+c$

C) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}}+2(x-1)^{\frac{3}{2}}+c$

D) $(x-1)^{\frac{5}{2}}+2(x-1)^{\frac{3}{2}}+c$

E) $\frac{2}{5}(x-1)^{\frac{5}{2}}+3(x-1)^{\frac{3}{2}}+c$

1–D 2–A 3–C 4–C

Kısmi İntegrasyon Yöntemi - 1

$\int u\cdot dv=u\cdot v-\int v\cdot du$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 87

$\int x\cdot \ln x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\ln x=u$ ve $xdx=dv$ seçilirse,

$\frac{1}{x}\,dx=du$ ve $\int x\,dx=\int dv$

$\frac{x^2}{2}=v$ bulunur.

Bu değerleri yerine yazarsak

$\int x\cdot \ln x\,dx=u\cdot v-\int v\cdot du$

$=\ln x\cdot\frac{x^2}{2}-\int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{dx}{x}$

$=\ln x\cdot\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\int x dx$

$=\ln x\cdot\frac{x^2}{2}-\frac{1}{4}x^2+c$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 88

$\int \arcsin x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$\arcsin x=u$ ve $dx=dv$ seçilirse

$\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}=du$ ve $\int dx=\int dv \Rightarrow x=v$ bulunur.

Bu değerleri yerine yazarsak

$\int \arcsin x\,dx=u\cdot v-\int v\cdot du$

$=\arcsin x\cdot x-\int x\cdot\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

$=\arcsin x\cdot x-\int x\cdot(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot dx$

$1-x^2=u$ olursa $-2x\,dx=du$ olur.

$=\arcsin x\cdot x-\int \not{x}\cdot u^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{du}{-2\not{x}}$

$=\arcsin x\cdot x+\frac{1}{2}\frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}+c$

$=\arcsin x\cdot x+\sqrt{1-x^2}+c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 35

1. $\int x^2\cdot\ln x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{1}{3}x^3+c$

B) $\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{1}{9}x^3+c$

C) $x^3\cdot\ln x-\frac{1}{3}x^3+c$

D) $\frac{x^3}{3}\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^3+c$

E) $\frac{x^3}{3}\cdot\ln x+\frac{1}{9}x^3+c$

2. $\int \ln x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x\ln x-x+c$

B) $\ln x-x+c$

C) $x\ln x+x+c$

D) $x\ln x-2x+c$

E) $\ln x-2x+c$

3. $\int e^x\sin x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^x(\sin x-\cos x)+c$

B) $e^x(\cos x-\sin x)+c$

C) $e^x(\sin x+\cos x)+c$

D) $\frac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+c$

E) $\frac{e^x}{2}(\cos x-\sin x)+c$

4. $\int e^x\cos x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^x(\sin x+\cos x)+c$

B) $e^x(\sin x-\cos x)+c$

C) $\frac{e^x}{2}(\sin x+\cos x)+c$

D) $\frac{e^x}{2}(\sin x-\cos x)+c$

E) $\frac{e^x}{2}(\cos x-\sin x)+c$

5. $\int \arctan x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x\arctan x+\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+c$

B) $\arctan x-\frac{1}{4}\ln|1+x^2|+c$

C) $x\arctan x-\frac{1}{4}\ln|x^2+1|+c$

D) $\arctan x-\ln|1+x^2|+c$

E) $x\arctan x-\frac{1}{2}\ln|1+x^2|+c$

1–B 2–A 3–D 4–C 5–E

Kısmi İntegrasyon Yöntemi – 2

PRATİK YOL:

Kısmi integrasyon yöntemiyle integral alınırken, $\int u \cdot dv$ integralinde u ya da dv fonksiyonlarından birinin sonlu sayıda türevini aldığımızda sıfır oluyorsa ve diğer fonksiyonun integrali kolaylıkla alınabiliyorsa aşağıdaki şekilde alınabilir.

ÖĞRETEN SORU – 89

$$\int x^3 \cdot \cos x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

	Türevi Alınacak Kısım	İntegrali Alınacak Kısım
+	x^3	$\cos x$
–	$3x^2$	$\sin x$
+	$6x$	$-\cos x$
–	6	$-\sin x$
+	0	$\cos x$

$$\int x^3 \cdot \cos x \, dx = x^3 \sin x + 3x^2 \cos x - 6x \sin x - 6\cos x + c$$

bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 90

$$\int (x^2 + x) \cdot e^x \, dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

	Türevi Alınacak Kısım	İntegrali Alınacak Kısım
+	$(x^2 + x)$	e^x
–	$(2x + 1)$	e^x
+	2	e^x
–	0	e^x

$$\int (x^2 + x)e^x \, dx = (x^2 + x)e^x - (2x+1)e^x + 2e^x + c$$

$$= (x^2 + x - 2x - 1 + 2)e^x + c$$

$$= (x^2 - x + 1)e^x + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 36

1. $\int x^2 \cdot e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $(x^2 + 2x + 2)e^x + c$ B) $(x^2 - 2x + 2)e^x + c$
C) $(x^2 - x + 1)e^x + c$ D) $(-x^2 + 2x - 2)e^x + c$
E) $(x^2 - 2x - 2)e^x + c$

2. $\int x^2 \cdot \sin x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\cos x(2 - x^2) + 2x \cdot \sin x + c$
B) $\cos x(1 - x) + 2x \cdot \sin x + c$
C) $\cos x(2 + x^2) + x \cdot \sin x + c$
D) $2x \cdot \sin x - \cos x(x^2 + 2) + c$
E) $\cos x(2 - x^2) - 3x \cdot \sin x + c$

3. $\int (x^2 + 1) \cdot e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^x(x^2 + 2x) + c$ B) $e^x(x^2 - 2x) + c$
C) $e^x(2x - x^2 + 1) + c$ D) $e^x(x^2 - 2x + 3) + c$
E) $e^x(x^2 + 2x + 3) + c$

4. $\int x^2 \cdot \cos x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\sin x(x^2 + 1) + 2x \cdot \cos x + c$
B) $\sin x(x^2 - 1) + \cos x + c$
C) $\sin x(x^2 - 2) + 2\cos x + c$
D) $\cos x(x^2 - 2) + 2x \cdot \sin x + c$
E) $\sin x(x^2 - 2) + 2x \cdot \cos x + c$

5. $\int x^2 e^x \, dx - \int x e^x \, dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $e^x(x^2 - x + 2) + c$ B) $e^x(x^2 + 3x - 2) + c$
C) $e^x(x^2 - 3x + 2) + c$ D) $e^x(x^2 - x + 3) + c$
E) $e^x(x^2 - 3x + 3) + c$

1–B 2–A 3–D 4–E 5–E

Kesirli (Rasyonel) İfadelerin İntegrali

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx$$

Şeklindeki ifadelerde payın derecesi, paydanın derecesinden büyük veya eşit ise pay paydaya bölünür. Sonra oluşan ifadenin ayrı ayrı integrali alınır.

ÖĞRETEN SORU – 91

$$\int \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1} dx = \int \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 + 1} - \frac{6}{x^2 + 1}\right) dx$$

$$= \int \left(1 - \frac{6}{x^2 + 1}\right) dx$$

$$= x - 6\arctan x + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 92

$$\int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$\int \frac{x^3 - 4x^2 + 6}{x} dx = \int \left(\frac{x^3}{x} - \frac{4x^2}{x} + \frac{6}{x}\right) dx$$

$$= \int \left(x^2 - 4x + \frac{6}{x}\right) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 6\ln|x| + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 93

$$\int \frac{3x^4 - 3x^2 + 6x}{x^3 + 2} dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

```
 3x⁴ – 3x² + 6x | x³ + 2
 3x⁴ + 6x       | 3x
–
      –3x²
```

$$\int \frac{3x^4 - 3x^2 + 6x}{x^3 + 2} dx = \int \left(3x - \frac{3x^2}{x^3 + 2}\right) dx$$

$$= \frac{3x^2}{2} - \ln|x^3 + 2| + c$$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 37

1. $\int \frac{x + 4}{x + 2} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\ln|x + 2| + c$ B) $x + \ln|x + 2| + c$
C) $x - \ln|x + 2| + c$ D) $x + 2\ln|x + 2| + c$
E) $x + 4\ln|x + 2| + c$

2. $\int \frac{x^3 - 4x^2 + 2}{x} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 2\ln|x| + c$ B) $\frac{x^3}{3} - x^2 + \ln|x| + c$
C) $\frac{x^3}{3} + x^2 + 2\ln|x| + c$ D) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 + \ln|x| + c$
E) $\frac{x^3}{3} - 2x^2 - 2\ln|x| + c$

3. $\int \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x + \arctan x + c$ B) $x - \arctan x + c$
C) $x + 2\arctan x + c$ D) $x + 4\arctan x + c$
E) $\frac{x^2}{2} + 4\arctan x + c$

4. $\int \frac{x^2 + 10}{x^2 + 4} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $3\arctan\frac{x}{2} + c$ B) $x + 3\arctan\frac{x}{2} + c$
C) $x + 3\arctan x + c$ D) $x + 6\arctan x + c$
E) $x + 6\arctan\frac{x}{2} + c$

5. $\int \frac{2x^4 - 3x^2 + 2x}{x^3 + 1} dx$ integralinin eşiti nedir?

A) $x^2 + \ln|x^3 + 1| + c$ B) $2x^2 + \ln|x^3 + 1| + c$
C) $x + \ln|x^3 + 1| + c$ D) $2x^2 - \ln|x^3 + 1| + c$
E) $x^2 - \ln|x^3 + 1| + c$

1–D 2–A 3–D 4–B 5–E

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi – 1

$$\int \frac{P(x)}{Q(x)}dx$$

Şeklindeki ifadelerde payın derecesi paydanın derecesinden küçük ise Q(x) ifadesi çarpanlarına ayrılır ve ifade basit kesirlerine ayrılarak integrali formüllere benzetilerek çözülür.

ÖĞRETEN SORU – 94

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki fonksiyonların basit kesir şeklinde nasıl yazıldıklarını inceleyiniz.

- $\frac{2x}{(x+1)(x+4)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x+4}$
- $\frac{3}{(x-1)(x+1)(x-2)}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x-2}$
- $\frac{2}{(x+3)^3}=\frac{A}{x+3}+\frac{B}{(x+3)^2}+\frac{C}{(x+3)^3}$
- $\frac{x+2}{(x-1)^2(x-2)^2}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{x-2}+\frac{D}{(x-2)^2}$

ÖĞRETEN SORU – 95

$$\int \frac{x+7}{x^2+2x-8}dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

Verilen integratı basit kesirlere ayıralım.

$$\frac{x+7}{(x+4)(x-2)}=\underset{(x-2)}{\frac{A}{(x+4)}}+\underset{(x+4)}{\frac{B}{(x-2)}}$$

$\Rightarrow x+7=A(x-2)+B(x+4)$

$x=-4$ için $A=-\frac{1}{2}$

$x=2$ için $B=\frac{3}{2}$ bulunur.

Buna göre,

$$\frac{x+7}{x^2+2x-8}=\frac{-\frac{1}{2}}{x+4}+\frac{\frac{3}{2}}{x-2} \text{ dir.}$$

Bu durumda,

$$\int \frac{x+7}{x^2+2x-8}dx=\int\left(\frac{-\frac{1}{2}}{x+4}+\frac{\frac{3}{2}}{x-2}\right)dx$$

$$=-\frac{1}{2}\int\frac{dx}{x+4}+\frac{3}{2}\int\frac{dx}{x-2}$$

$$=-\frac{1}{2}\ln|x+4|+\frac{3}{2}\ln|x-2|+c$$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 38

1. $\int \frac{x-5}{x^2-1}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\ln|x-1|+3\ln|x+1|+c$
B) $3\ln|x+1|-2\ln|x-1|+c$
C) $\ln|x+1|-2\ln|x-1|+c$
D) $4\ln|x+1|-2\ln|x-1|+c$
E) $6\ln|x+1|-3\ln|x-1|+c$

2. $\int \frac{x+6}{x^2-4}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $3\ln|x+2|-2\ln|x-2|+c$
B) $4\ln|x+2|-2\ln|x-2|+c$
C) $2\ln|x+2|-\ln|x-2|+c$
D) $\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$
E) $2\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$

3. $\int \frac{2x-4}{x^3-x}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $4\ln|x|-\ln|x-1|-3\ln|x+1|+c$
B) $2\ln|x|-\ln|x-1|-4\ln|x+1|+c$
C) $3\ln|x+1|+2\ln|x|-\ln|x-1|+c$
D) $\ln|x+1|-\ln|x|-4\ln|x-1|+c$
E) $4\ln|x|+\ln|x-1|-3\ln|x+1|+c$

4. $\int \frac{x+2}{(x-1)^2}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\ln|x-1|+\frac{3}{x-1}+c$
B) $\ln|x-1|-\frac{6}{x-1}+c$
C) $\ln|x-1|-3x+c$
D) $\ln|x-1|-\frac{3}{x-1}+c$
E) $\ln|x-1|+\frac{2}{x-1}+c$

5. $\int \frac{e^x}{e^{2x}+4e^x+3}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x-3}\right|+c$
B) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x+3}{e^x+1}\right|+c$
C) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x+1}{e^x+3}\right|+c$
D) $\ln\left|\frac{e^x+3}{e^x+1}\right|+c$
E) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x+1}{e^x+3}\right|+c$

1–B 2–E 3–A 4–D 5–C

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi – 2

ÖĞRETEN SORU – 96

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ şeklindeki fonksiyonların basit kesir şeklinde nasıl yazıldıklarını inceleyiniz.

- $\frac{5}{(x-1)(x^2+x+3)}=\frac{A}{x-1}+\frac{Bx+C}{x^2+x+3}$
- $\frac{2x-3}{(x^2-x+3)(x^2+2x+3)}=\frac{Ax+B}{x^2-x+3}+\frac{Cx+D}{x^2+2x+3}$
- $\frac{4}{(x^2-x+4)^2}=\frac{Ax+B}{x^2-x+4}+\frac{Cx+D}{(x^2-x+4)^2}$

ÖĞRETEN SORU – 97

$$\int \frac{5x^2-x-3}{(x-2).(x^2+1)}dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

Verilen integrantı basit kesirlere ayıralım

$$\frac{5x^2-x-3}{(x-2)\cdot(x^2+1)}=\underset{(x^2+1)}{\frac{A}{x-2}}+\underset{(x-2)}{\frac{Bx+C}{x^2+1}}$$

$5x^2-x-3=Ax^2+A+Bx^2-2Bx+Cx-2C$

$5x^2-x-3=x^2(A+B)+x(C-2B)+A-2C$

$$\left.\begin{matrix}A+B=5\\C-2B=-1\\A-2C=-3\end{matrix}\right\}\Rightarrow A=3,\ B=2,\ C=3$$

$$\int \frac{5x^2-x-3}{(x-2).(x^2+1)}dx=\int\left(\frac{3}{x-2}+\frac{2x+3}{x^2+1}\right)dx$$

$$=\int\left(\frac{3}{x-2}+\frac{2x}{x^2+1}+\frac{3}{x^2+1}\right)dx$$

$=3\ln|x-2|+\ln|x^2+1|+3\arctan x+c$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 39

1. $\int \frac{x^2+x+3}{x^3+x}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\ln|x|+\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+2\arctan x+c$
B) $\ln|x|+\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+c$
C) $\ln|x|+2\arctan x+c$
D) $3\ln x+2\ln|x^2+1|+\arctan x+c$
E) $3\ln|x|-\ln|x^2+1|+\arctan x+c$

2. $\int \frac{4x^2-8}{x^3-4x}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $\ln|x|+\ln|x-2|+\ln|x+2|+c$
B) $\ln|x|-\ln|x-2|+\ln|x+2|+c$
C) $2\ln|x|+\ln|x-2|+\ln|x+2|+c$
D) $2\ln|x|+\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$
E) $\ln|x|+\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$

3. $\int \frac{3x^2+x}{(x-1)(x^2+1)}dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) $2\ln|x-1|+2\ln|x^2+1|+\arctan x+c$
B) $2\ln|x-1|+2\ln|x^2+1|+2\arctan x+c$
C) $2\ln|x-1|+\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+\arctan x+c$
D) $2\ln|x-1|+2\ln|x^2+1|-2\arctan x+c$
E) $2\ln|x-1|+\frac{1}{2}\ln|x^2+1|+2\arctan x+c$

4. $\int \frac{-2x^2+54}{x^3-9x}dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $6\ln x+2\ln|x-3|+2\ln|x+3|+c$
B) $-6\ln x+\ln|x-3|+2\ln|x+3|+c$
C) $-6\ln x-2\ln|x-3|-2\ln|x+3|+c$
D) $-6\ln x+2\ln|x-3|-2\ln|x+3|+c$
E) $-6\ln x+2\ln|x-3|+2\ln|x+3|+c$

1–E 2–C 3–E 4–E

Belirli İntegral

F: [a, b] aralığında tanımlı ve integrali alınabilen bir fonksiyon $x \in [a, b]$ için $F'(x) = f(x)$ olacak şekilde sürekli bir $F: [a, b] \to R$ fonksiyonu varsa

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ dır.}$$

a ya integralin alt sınırı b ye de üst sınırı denir.

Belirli İntegralin Özellikleri

f ve $g:[a, b] \to R$ ye sürekli iki fonksiyon ve $c \in (a, b)$, $k \in R$ olmak üzere;

1. $\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$
2. $\int_a^b (f(x) \mp g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx \mp \int_a^b g(x)\,dx$
3. $a < c < b$ olmak üzere,
   $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$
4. $\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$
5. $\int_a^a f(x)\,dx = 0$

ÖĞRETEN SORU – 98

Aşağıdaki örnekleri inceleyiniz.

a. $\int_0^{\pi} 6\sin x\,dx = 6\int_0^{\pi} \sin x\,dx$

b. $\int_2^3 (x^2 - 4x)\,dx = \int_2^3 x^2\,dx - \int_2^3 4x\,dx$

c. $\int_{-1}^6 x^3\,dx = \int_{-1}^2 x^3\,dx + \int_2^6 x^3\,dx$

d. $\int_3^5 e^x\,dx = -\int_5^3 e^x\,dx$

e. $\int_2^2 \sqrt{x+1}\,dx = 0$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 40

1. **Aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?**

   I. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x\,dx = \int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx$

   II. $\int_2^8 x^2\,dx = \int_2^3 x^2\,dx + \int_3^8 x^2\,dx$

   III. $\int_0^4 x^2\,dx = \int_0^4 x^2\,dx + \int_4^4 x^2\,dx$

   IV. $\int_2^5 (x^2 - x)\,dx = \int_5^2 (x - x^2)\,dx$

   V. $\int_1^4 -e^x\,dx = \int_4^1 -e^x\,dx$

   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\int_2^3 x^2\,dx + \int_3^2 x^2\,dx$

   integralinin sonucu kaçtır?

   A) $\frac{19}{2}$ B) $\frac{15}{2}$ C) 5 D) 3 E) 0

3. $\int_1^4 (2x^2 + 3x)\,dx - \int_1^4 6\,dx = \int_1^4 (ax^2 + bx + c)\,dx$

   olduğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

   A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

4. $\int_{-1}^1 x^3\,dx - \int_1^{-1} 2x^2\,dx + \int_{-1}^1 4x\,dx + \int_1^{-1} 5dx$

   integralinin sonucu kaçtır?

   A) –9 B) $-\frac{26}{3}$ C) –8 D) $-\frac{22}{3}$ E) 6

5. $\int_a^4 (x^2 + \ln x)\,dx = \int_{-3}^b e^x\,dx = \int_c^5 3^x\,dx = 0$

   olduğuna göre, **a + b + c toplamı kaçtır?**

   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1–C 2–E 3–C 4–B 5–D

Belirli İntegral (Karma)

ÖĞRETEN SORU – 99

$\int_1^2 (x^2 - 2x)\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_1^2 (x^2 - 2x)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2}\Big|_1^2$$
$$= \left(\frac{8}{3} - 4\right) - \left(\frac{1}{3} - 1\right)$$
$$= -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 100

$\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^x\,dx = e^x\Big|_{\ln 3}^{\ln 5} = e^{\ln 5} - e^{\ln 3}$$
$$= 5 - 3 = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 101

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x\Big|_0^1$$
$$= \arctan 1 - \arctan 0$$
$$= \frac{\pi}{4} - 0 = \frac{\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 102

$\int_3^5 \frac{x^2+2}{x-4}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_3^5 \frac{x^2+2}{x-4}\,dx = \int_3^5 \left(x + 4 + \frac{18}{x-4}\right)dx$$
$$= \frac{x^2}{2} + 4x + 18\ln|x-4|\Big|_3^5$$
$$= \left(\frac{25}{2} + 20 + 18\ln 1\right) - \left(\frac{9}{2} + 12 + 18\ln|-1|\right)$$
$$= \frac{65}{2} - \frac{33}{2} = 16 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 41

1. $\int_{-1}^1 (x^3 - 3)\,dx$

   integralinin eşiti nedir?

   A) –6 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

2. $\int_{\ln 4}^{\ln 6} e^{2x}\,dx$

   integralinin eşiti nedir?

   A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

3. $\int_0^2 \frac{x^2}{x-1}\,dx$

   integralinin eşiti nedir?

   A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$

   integralinin eşiti nedir?

   A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{6}$

5. $\int_1^{e^2} \ln x\,dx$

   integralinin eşiti nedir?

   A) $e^2 + 1$ B) $e^2 - 1$ C) e^2 D) 1 E) $e + 1$

1–A 2–D 3–C 4–C 5–A

Belirli İntegral
Çift ve Tek Fonksiyon

- f(x) çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx \text{ tir.}$$

- f(x) tek fonksiyon ise

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0 \text{ dır.}$$

ÖĞRETEN SORU – 103

$\int_{-1}^{1} (x^4 + x^2)\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

f(x) çift fonksiyon olduğundan

$$\int_{-1}^{1} (x^4 + x^2)\,dx = 2\cdot\int_{0}^{1} (x^4 + x^2)\,dx \text{ olur.}$$

$$= 2\left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1$$

$$= 2\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) - 0 = \frac{16}{15} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 104

$\int_{-2}^{2} (x - x^3)\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

f(x) tek fonksiyon olduğundan

$$\int_{-2}^{2} (x - x^3)\,dx = 0 \text{ bulunur.}$$

NOT:

cosx fonksiyonu çift fonksiyon, sinx fonksiyonu tek fonksiyondur.

ÖĞRETEN SORU – 105

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x\,dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx = 0 + 2\cdot\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$$

$$= 2(\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2(1-0)$$

$$= 2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 42

1. $\int_{-2}^{2} (x^2 + 2)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 16 B) 15 C) $\frac{44}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{38}{3}$

2. $\int_{-3}^{3} (x^5 + \sin x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 32 B) 27 C) 15 D) 5 E) 0

3. $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (x^3 + \cos x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 4

4. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) -2π B) $-\pi$ C) $-\frac{\pi}{2}$ D) 0 E) $\frac{\pi}{2}$

5. f′(x) çift fonksiyon, g′(x) tek fonksiyon olmak üzere,

f(2) = 5, f(0) = 2 **ise** $\int_{-2}^{2} (f'(x) + g'(x))\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 3

1–D 2–E 3–B 4–D 5–D

Belirli İntegral
Trigonometrik Fonksiyonlar

ÖĞRETEN SORU – 106

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sin 2x = -\frac{1}{2}\cos 2x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2} - 0\right) = \frac{1}{4} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 107

$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x\,dx = \frac{1}{3}\sin 3x\Big|_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}\left(\sin\frac{3\pi}{2} - \sin\pi\right)$$

$$= \frac{1}{3}(-1-0) = -\frac{1}{3} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 108

$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx + \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx + \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x + 1}{2} + \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos 2x}{2}\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\sin 2x\frac{x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \left(\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left(\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 0 + \left(\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{2}\right) - 0$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ bulunur.}$$

NOT:

$$\int_{a}^{b} \sin^2 x\,dx + \int_{a}^{b} \cos^2 x\,dx = \int_{a}^{b} (\sin^2 x + \cos^2 x)\,dx$$

$$= \int_{a}^{b} dx = x\Big|_a^b \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 43

1. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin 3x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \cos 4x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

3. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x - \cos^4 x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

4. $\int_{0}^{\pi} \sin^2 x\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{2}$

5. $\int_{0}^{\pi} \sin\frac{x}{2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) –4 B) –2 C) 1 D) 2 E) 4

1–C 2–C 3–B 4–D 5–D

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & f(x) \ge 0 \text{ ise,} \\ -f(x), & f(x) < 0 \text{ ise,} \end{cases}$$

Mutlak değer fonksiyonu parçalı şekilde yazıldıktan sonra hesaplama yapılır.

ÖĞRETEN SORU – 109

$\int_0^3 |x+2|\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_0^3 |x+2|\,dx = \int_0^3 (x+2)\,dx = \left.\frac{x^2}{2}+2x\right|_0^3$$

$$= \left(\frac{9}{2}+6\right) - 0$$

$$= \frac{21}{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 110

$\int_{-2}^{1} (|x|+x)\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{-2}^{1} (|x|+x)\,dx = \int_{-2}^{0} (-x+x)\,dx + \int_0^1 (x+x)\,dx$$

$$= 0 + \int_0^1 2x\,dx$$

$$= \left.\frac{2x^2}{2}\right|_0^1 = 1 - 0 = 1 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 111

$\int_1^3 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_1^3 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx = \int_1^3 |x-2|\,dx$$

$$= \int_1^2 (2-x)\,dx + \int_2^3 (x-2)\,dx$$

$$= \left.2x-\frac{x^2}{2}\right|_1^2 + \left.\frac{x^2}{2}-2x\right|_2^3$$

$$= \left(4-\frac{4}{2}\right) - \left(2-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{9}{2}-6\right) - \left(\frac{4}{2}-4\right)$$

$$= 2 - \frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 2$$

$$= 1 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 44

1. $\int_{-1}^{2} |x+4|\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 15 B) 14 C) $\frac{27}{2}$ D) 13 E) $\frac{5}{2}$

2. $\int_{-2}^{2} \sqrt{x^2-2x+1}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\int_{-2}^{1} \frac{|2x|}{x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

4. $\int_0^2 |x^2+2x-3|\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{5}{3}$ B) 2 C) $\frac{8}{3}$ D) 3 E) 4

5. $\int_{-1}^{2} (|x|-x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

1–C 2–E 3–B 4–E 5–C

Trigonometrik Fonksiyonların Mutlak Değeri

ÖĞRETEN SORU – 112

$\int_0^{2\pi} |\sin x|\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| = \int_0^{\pi} \sin x\,dx + \int_{\pi}^{2\pi} -\sin x\,dx$$

$$= \left.-\cos x\right|_0^{\pi} + \left.\cos x\right|_{\pi}^{2\pi}$$

$$= -\cos\pi + \cos 0 + \cos 2\pi - \cos\pi$$

$$= -(-1)+1+1-(-1) = 4 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 113

$\int_0^{\pi} |\cos x|\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_0^{\pi} |\cos x|\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\cos x\,dx$$

$$= \left.\sin x\right|_0^{\frac{\pi}{2}} - \left.\sin x\right|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$

$$= \sin\frac{\pi}{2} - \sin 0 - \sin\pi + \sin\frac{\pi}{2}$$

$$= 1-0-0+1 = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 114

$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$ **integralinin eşiti nedir?**

ÇÖZÜM:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{1-(1-2\sin^2 x)}\,dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2\sin^2 x}\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2}\,|\sin x|\,dx$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{2}\sin x\,dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \sqrt{2}\sin x\,dx$$

$$= \left.-\sqrt{2}\cos x\right|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + \left.\sqrt{2}\cos x\right|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= -\sqrt{2}\left[\cos\pi - \cos\frac{\pi}{2}\right] + \sqrt{2}\left[\cos\frac{3\pi}{2} - \cos\pi\right]$$

$$= -\sqrt{2}(-1-0) + \sqrt{2}(0-(-1)) = 2\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 45

1. $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\sin x|\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $\int_{\pi}^{2\pi} |\cos x|\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

3. $\int_0^{\pi} \sqrt{1+\cos 2x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $4\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) 1 E) 0

4. $\int_0^{\pi} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

5. $\int_{-3\pi}^{3\pi} |\sin x|\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 2 C) 6 D) 8 E) 12

1–D 2–C 3–B 4–D 5–E

İntegral İşareti Altında Türev Alma – 1 (Leibnitz Kuralı)

[a, b] aralığında tanımlı, sürekli ve x in türevlenebilen fonksiyonlari h ve g ise,

Kural 1:

$$F(x)=\int_{h(x)}^{g(x)} f(t)\,dt \Rightarrow F'(x)=g'(x)\cdot f(g(x))-h'(x)\cdot f(h(x))$$

Kural 2:

$$F(x)=\int_{a}^{g(x)} f(t)\,dt \Rightarrow F'(x)=g'(x)\cdot f(g(x))$$

(a sabit sayı, türevi 0 dır.)

Kural 3:

$$F(x)=\int_{a}^{x} f(t)\,dt \Rightarrow F'(x)=f(x)$$

(a sabit sayı, türevi 0 dır.)

ÖĞRETEN SORU – 115

$$f(x)=\int_{2x}^{x^2} (t^2-t)\,dt$$

ise f′(x) ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$f'(x)=(x^2)'\cdot(x^4-x^2)-(2x)'\cdot(4x^2-2x)$$
$$=2x\cdot(x^4-x^2)-2\cdot(4x^2-2x)$$
$$=2x^5-2x^3-8x^2+4x \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 116

$$\frac{d}{dx}\int_{\sin x}^{\cos x} (t+1)\,dt$$

ifadesinin $x=\frac{\pi}{4}$ için eşiti nedir?

Çözüm:

$$F'(x)=(\cos x)'\cdot(\cos x+1)-(\sin x)'\cdot(\sin x+1)$$
$$=-\sin x\cdot(\cos x+1)-\cos x\cdot(\sin x+1)$$
$$F'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\sin\frac{\pi}{4}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{4}+1\right)-\cos\frac{\pi}{4}\cdot\left(\sin\frac{\pi}{4}+1\right)$$
$$=-\frac{2}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=-1-\sqrt{2} \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 46

1. $$f(x)=\int_{x^2}^{x^4} \cos t\,dt$$

ise f′(x) ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cos^4x-\cos x^2$
B) $x^4\cdot\cos x^4-x^2\cdot\cos x^2$
C) $4x^3\cdot\cos x-2x\cdot\cos x^2$
D) $4x^3\cdot\cos x^4-2x\cdot\cos x^2$
E) $4x^3\cdot\sin x^4-2x\cdot\sin x^2$

2. $$f(x)=\int_{2}^{3x+1} (t^2+2)\,dt$$

ise f′(1) kaçtır?

A) 30 B) 36 C) 48 D) 52 E) 54

3. $$\frac{d}{dx}\int_{1}^{x^3} \sqrt{t^2-1}\,dt$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $3x^2\cdot\sqrt{x^6-1}$
B) $\sqrt{x^6-1}$
C) $x^3\cdot\sqrt{x^6-1}$
D) $3x^2\cdot\sqrt{x^2-1}$
E) $x^3\cdot\sqrt{x^2-1}$

4. $$f(x)=\int_{x}^{x^2} \frac{dt}{t^2+t}$$

biçimindeki f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

A) $-\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

5. $$\frac{d}{dx}\int_{\cos x}^{\sin x} t^2\,dt$$

ifadesinin $x=\frac{\pi}{6}$ için eşiti nedir?

A) $\frac{2-\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{2+\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{3+\sqrt{3}}{8}$ D) $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

1–D 2–E 3–A 4–D 5–C

İntegral İşareti Altında Türev Alma – 2 (Leibnitz Kuralı)

ÖĞRETEN SORU – 117

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{3}^{7} (x^6-2x^4+2x+5)\,dx\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_{3}^{7} (x^6-2x^4+2x+5)\,dx$$

integrali sabit bir sayıya eşittir. Bu sabit sayının türevi sıfırdır.

Buna göre,

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{3}^{7} (x^6-2x^4+2x+5)\,dx\right)=0 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 118

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\int_{1}^{4x} (t^2+3t)\,dt\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\int_{1}^{4x} (t^2+3t)\,dt\right)=\frac{d}{dx}\left[\frac{d}{dx}\left(\int_{1}^{4x} (t^2+3t)\,dt\right)\right]$$
$$=\frac{d}{dx}\left[(4x)'\cdot(16x^2+12x)-0\right]$$
$$=\frac{d}{dx}(64x^2+48x)$$
$$=128x+48 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 119

$$\frac{d^{12}}{dx^{12}}\left(\int_{3}^{x^2} (t^5+t)\,dt\right)$$

ifadesinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\frac{d^{12}}{dx^{12}}\left(\int_{3}^{x^2} (t^5+t)\,dt\right)=\frac{d^{11}}{dx^{11}}\left[\frac{d}{dx}\int_{3}^{x^2} (t^5+t)\,dt\right]$$
$$=\frac{d^{11}}{dx^{11}}(2x\cdot(x^{10}+x^2)-0)$$
$$=\frac{d^{11}}{dx^{11}}(2x^{11}+2x^3)$$
$$=\frac{d^{10}}{dx^{10}}(2\cdot 11x^{10}+6x)$$
$$\vdots$$
$$=2\cdot 11! \text{ bulunur.}$$

NOT: 13 ve 13 ten büyük türevlerin değerinin sıfır olduğuna dikkat ediniz.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 47

1. $$\frac{d}{dx}\int_{1}^{4} (x^2+6x+5)\,dx$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\frac{268}{3}$ B) $\frac{250}{3}$ C) $\frac{212}{3}$ D) 25 E) 0

2. $$\frac{d^2}{dx^2}\int_{2}^{x^2} (t^3+2t)\,dt$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $2x^7+4x^3$ B) x^6+2x^2 C) $14x^6+12x^2$ D) $84x^5+24x$ E) x^7+2x^3

3. $$\frac{d^3}{dx^3}\int_{1}^{x^3} (t^2+t)\,dt$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $3x^8+3x^5$ B) x^8+x^5 C) $24x^7+15x^4$ D) $168x^6+60x^3$ E) $8x^7+5x^4$

4. $$\frac{d^{23}}{dx^{23}}\int_{1}^{x^3} (t^7-3t^3+1)\,dt$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) 23! B) 3 • 23! C) 3 • 22!x D) 3 • 22! E) 3 • 23!x

5. $$\frac{d^{16}}{dx^{16}}\int_{1}^{x^2} (2t^8-6t^2+2)\,dt$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) 0 B) $2\cdot 17!\cdot x^2$ C) $4\cdot 17!\cdot x$ D) $4\cdot 17!$ E) $4\cdot 16!\cdot x^2$

1–E 2–C 3–D 4–E 5–B

Belirli İntegral Karma

ÖĞRETEN SORU – 120

$f(x)=\begin{cases}x^2 , & -1<x\le 1\\ x , & 1<x\le 2\end{cases}$ ise, $\int_0^2 f(x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\int_0^2 f(x)\,dx=\int_0^1 x^2\,dx+\int_1^2 x\,dx$

$=\frac{x^3}{3}\Big|_0^1+\frac{x^2}{2}\Big|_1^2$

$=\left(\frac{1}{3}-0\right)+\left(\frac{4}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{11}{6}$ b ulunur.

ÖĞRETEN SORU – 121

$\int_1^3 ab\cdot da-\int_1^3 ab\cdot db$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$\int_1^3 ab\cdot da-\int_1^3 ab\cdot db=b\int_1^3 a\cdot da-a\int_1^3 b\cdot db$

$=b\cdot\frac{a^2}{2}\Big|_1^3-a\cdot\frac{b^2}{2}\Big|_1^3$

$=\left(\frac{9b}{2}-\frac{b}{2}\right)-\left(\frac{9a}{2}-\frac{a}{2}\right)$

$=4b-4a$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 122

$R\to R$ sürekli bir $f(x)$ fonksiyon için,

$\int_{-1}^2 f'(x)\cdot f''(x)\,dx=4$ tür.

$f(x)$ fonksiyonunun $x=2$ noktasındaki teğetinin eğimi 3 ise $x=-1$ noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

ÇÖZÜM:

$f'(2)=3$ veriliyor ve $f'(-1)$ soruluyor.

$f'(x)=u$ ise $f''(x)\,dx=du$ bulunur.

$\int_{-1}^2 f'(x)\cdot f''(x)\,dx=\int_{-1}^2 u\cdot f''(x)\cdot\frac{du}{f''(x)}$

$=\int_{-1}^2 u\,du=\frac{u^2}{2}\Big|_{-1}^2=\frac{[f'(x)]^2}{2}\Big|_{-1}^2$

$=\frac{[f'(2)]^2}{2}-\frac{[f'(-1)]^2}{2}=4$

$=\frac{9}{2}-\frac{[f'(-1)]^2}{2}=4\Rightarrow f'(-1)=\mp1$

bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 48

1. $f(x)=\begin{cases}x^3, & -2<x\le 2\\ 4x, & 2<x<4\end{cases}$ ise $\int_{-1}^3 f(x)dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 15 B) $\frac{19}{2}$ C) $\frac{55}{4}$ D) $\frac{25}{2}$ E) 12

2. $\int_1^2 m^2n\cdot dm+\int_1^2 nm^2\cdot dn$

integralinin eşiti nedir?

A) $2n+3m^2$ B) $\frac{7n}{3}+\frac{3m^2}{2}$ C) $2n+4m^2$

D) $3n+2m^2$ E) $\frac{5n}{3}+\frac{n^2}{2}$

3. $R\to R$ sürekli bir $f(x)$ fonksiyonu için,

$\int_1^3 f'(x)\cdot f''(x)\,dx=10$ dir.

$f(x)$ fonksiyonunun $x=1$ noktasındaki teğetinin eğimi 4 ise $x=3$ noktasındaki teğetinin eğimi kaç olabilir?

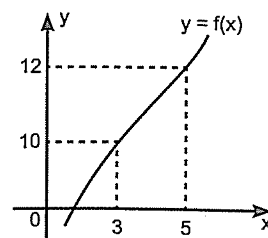
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin x\cdot\cos(\cos x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) sin1 B) –sin1 C) 1 D) 0 E) –cos1

5. **Şekilde grafiği verilen $f(x)$ fonksiyonu için, $\int_3^5 f(x)\,dx$ integralinin eşiti nedir?**



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1–C 2–B 3–E 4–B 5–B

Dönüşüm

ÖĞRETEN SORU – 123

$\int_1^2 (e^{3x}-e^x)\,dx$ integralinde $e^x=t$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

ÇÖZÜM:

$e^x=t$ ise $e^x\,dx=dt\Rightarrow dx=\frac{dt}{t}$

$x_1=1\Rightarrow t_1=e^1=e$, $x_2=2\Rightarrow t_2=e^2$ bulunur.

$\int_1^2 (e^{3x}-e^x)\,dx=\int_e^{e^2}(t^3-t)\cdot\frac{dt}{t}$

$=\int_e^{e^2}(t^2-1)\cdot dt$ elde edilir.

ÖĞRETEN SORU – 124

$\int_1^2 x\,d\left(\frac{x}{x+1}\right)$ integralinde $t=\frac{x}{x+1}$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

ÇÖZÜM:

$t=\frac{x}{x+1}\Rightarrow tx+t=x\Rightarrow x=\frac{t}{1-t}$ olur.

$x=1$ için $t=\frac{1}{2}$, $x=2$ için $t=\frac{2}{3}$ bulunur.

$\int_1^2 x\,d\left(\frac{x}{x+1}\right)=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{2}{3}}\frac{t}{1-t}\,dt$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 125

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos^3 x\,dx$ integralinde $\sin x=t$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

ÇÖZÜM:

$\sin x=t\Rightarrow \cos x\,dx=dt$ olur.

$x=\frac{\pi}{6}$ için $t=\sin\frac{\pi}{6}\Rightarrow t=\frac{1}{2}$

$x=\frac{\pi}{3}$ için $t=\sin\frac{\pi}{3}\Rightarrow t=\frac{\sqrt{3}}{2}$ bulunur.

$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cos^3 x\,dx=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}(1-\sin^2 x)\cdot\cos x\,dx$

$=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}(1-t^2)\,dt$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 49

1. $\int_{\ln 3}^{\ln 5}(e^{5x}-e^x)\,dx$

integralinde $e^x=t$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

A) $\int_{\ln 3}^{\ln 5}(t^5-t)\,dt$ B) $\int_3^5(t^5-t)\,dt$ C) $\int_3^5(t^4-1)\,dt$

D) $\int_{\ln 3}^{\ln 5}(t^4-1)\,dt$ E) $\int_3^5(1-t^4)\,dt$

2. $\int_2^3 x\,d(x+3)$

integralinde $t=x+3$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

A) $\int_2^3 t\,dt$ B) $\int_2^3 (t-3)\,dt$ C) $\int_5^6 t\,dt$

D) $\int_5^6 (t+3)\,dt$ E) $\int_5^6 (t-3)\,dt$

3. $\int_4^9\frac{\sqrt{x}}{x+1}\,dx$

integralinde $x=t^2$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

A) $\int_2^3\frac{2t^2}{t^2+1}\,dt$ B) $\int_2^3\frac{t^2}{t^2+1}\,dt$ C) $\int_4^9\frac{2t^2}{t^2+1}\,dt$

D) $\int_2^3\frac{4t^2}{t^2+1}\,dt$ E) $\int_4^9\frac{t^2}{t^2+1}\,dt$

4. $\int_0^3\sqrt{9-x^2}\,dx$

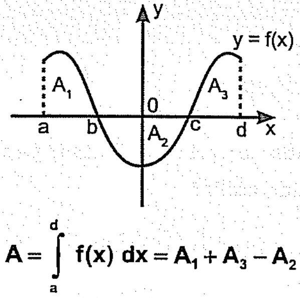
integralinde $x=3\cos t$ dönüşümü yapılırsa hangi integral elde edilir?

A) $\int_0^3 3\sin t\,dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 3\sin t\,dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 9\sin^2 t\,dt$

D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -9\sin^2 t\,dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -\frac{9}{2}\sin^2 t\,dt$

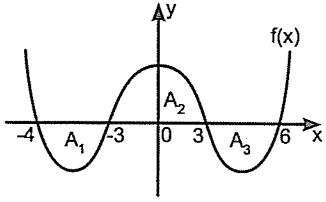
1–C 2–E 3–A 4–D

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 1



$$A=\int_a^d f(x)\,dx = A_1 + A_3 - A_2$$

ÖĞRETEN SORU – 126



Şekilde, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$A_1 = 5$ br², $A_2 = 9$ br², $A_3 = 2$ br² ise

$\int_{-4}^{6} f(x)\,dx$ integralinin eşiti nedir?

Çözüm:

$$\int_{-4}^{6} f(x)\,dx = \int_{-4}^{-3} f(x)\,dx + \int_{-3}^{3} f(x)\,dx + \int_{3}^{6} f(x)\,dx$$

$= -A_1 + A_2 - A_3$

$= -5 + 9 - 2$

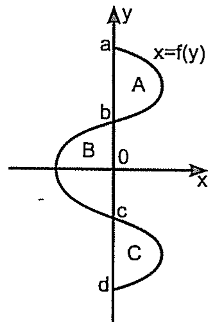
$= 2$ br² bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 127

Şekilde $x = f(y)$ fonksiyonunun grafiğinde taralı alanlar $A = 8$ br², $B = 7$ br² ve $C = 9$ br² ise

$\int_{d}^{a} f(y)\,dy$

integralinin sonucu kaçtır?



Çözüm:

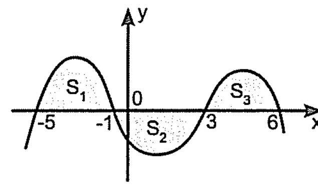
$$\int_{d}^{a} f(y)\,dy = A - B + C$$

$= 8 - 7 + 9$

$= 10$ br² bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 50

1.



$S_1 = 4$ br², $S_2 = 3$ br², $S_3 = 2$ br² ise $\int_{-5}^{6} f(x)\,dx$ kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 9

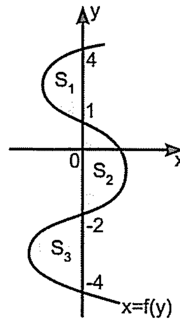
2. $S_1 = 6$ br²

$S_2 = 5$ br²

$S_3 = 4$ br²

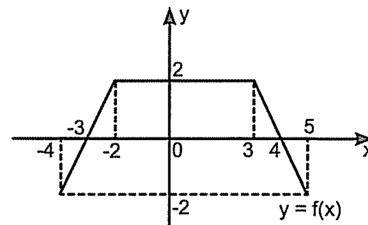
olduğuna göre,

$\int_{-4}^{4} f(y)\,dy$ **kaçtır?**



A) –5 B) –2 C) 3 D) 5 E) 15

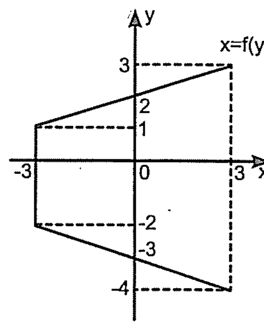
3.



Grafikte verilenlere göre, $\int_{-4}^{5} f(x)\,dx$ **kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

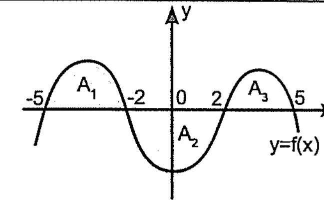
4. Grafikte verilenlere göre, $\int_{-4}^{3} f(y)\,dy$ **kaçtır?**



A) –10 B) –9 C) –8 D) 12 E) 15

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 2

ÖĞRETEN SORU – 128



Yukarıda verilen şekilde

$A_1 = 8$ br², $A_2 = 12$ br², $A_3 = 9$ br²

olarak verilmiştir. Buna göre,

a) $\int_{-5}^{5} f(x)dx$ ve b) $\int_{-5}^{5} |f(x)|\,dx$

integrallerinin eşiti nedir?

Çözüm:

a) O_x ekseninin altında kalan alanlar (–) alındığından,

$$\int_{-5}^{5} f(x)\,dx = A_1 - A_2 + A_3$$

$= 8 - 12 + 9 = 5$ br² bulunur.

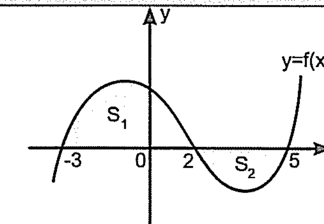
b) O_x ekseninin altında kalan alanlar (–) dir. Fakat mutlak değeri alınca sonuç tekrar (+) pozitif olur.

$$\int_{-5}^{5} |f(x)|\,dx = A_1 + A_2 + A_3$$

$= 8 + 12 + 9$

$= 29$ br² bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 129



Grafikte ifade edilen S_1 ve S_2 alanları için,

$\int_{-3}^{5} |f(x)|\,dx = 12$, $\int_{-3}^{5} f(x)\,dx = 8$

ise S_1 ve S_2 alanları kaç br² dir?

Çözüm:

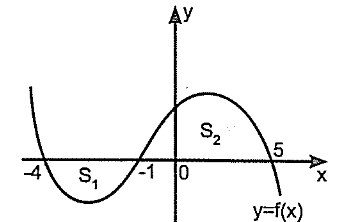
$\int_{-3}^{5} |f(x)|\,dx = 12 \Rightarrow S_1 + S_2 = 12$

$\int_{-3}^{5} f(x)\,dx = 8 \Rightarrow S_1 - S_2 = 8$

$\left.\begin{matrix} S_1 + S_2 = 12 \\ S_1 - S_2 = 8 \end{matrix}\right\} \Rightarrow S_1 = 10$ br² ve $S_2 = 2$ br² olur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 51

1.

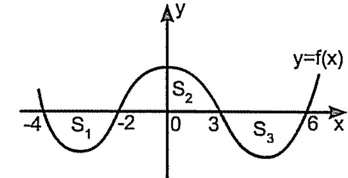


$\int_{-4}^{5} |f(x)|\,dx = 10$, $\int_{-4}^{5} f(x)\,dx = 4$

olduğuna göre, $\frac{S_1}{S_2}$ **oranı kaçtır?**

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{7}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{7}{3}$

2.



$S_1 = 3$ br², $\int_{-4}^{6} f(x)\,dx = 6$ ve $\int_{-4}^{6} |f(x)|\,dx = 18$

olduğuna göre, S_3 **kaç br² dir?**

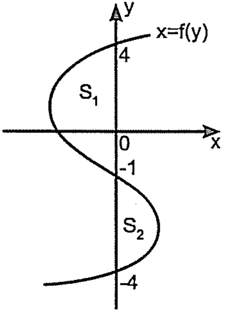
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $\int_{-4}^{4} f(y)\,dy = 12$

$\int_{-4}^{4} |f(y)|\,dy = 22$

olduğuna göre,

$\frac{S_1}{S_2}$ **oranı kaçtır?**



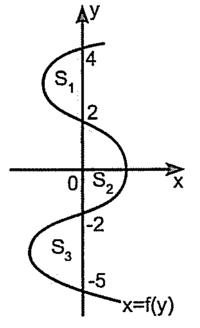
A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{9}{13}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{5}{17}$

4. $\int_{-5}^{4} f(y)\,dy = 6$

$\int_{-5}^{4} |f(y)|\,dy = 20$

olduğuna göre,

S_2 **kaç br² dir?**

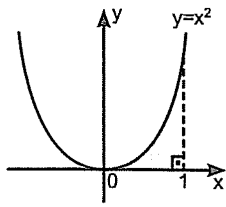


A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

x Ekseni Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı – 1

ÖĞRETEN SORU – 130

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

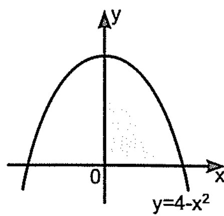


Çözüm:

$$\int_0^1 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 131

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

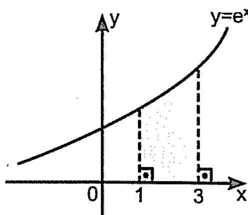


Çözüm:

$$\int_0^2 (4-x^2)\,dx = 4x - \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 = \left(8-\frac{8}{3}\right) - 0 = \frac{16}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 132

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

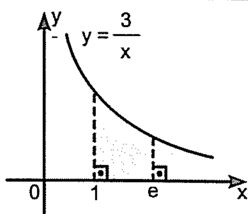


Çözüm:

$$\int_1^3 e^x\,dx = e^x\Big|_1^3 = e^3 - e^1 = e(e^2-1) \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 133

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



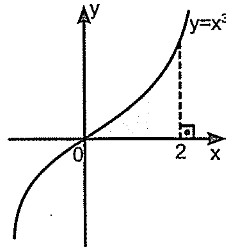
Çözüm:

$$\int_1^e \frac{3}{x}\,dx = 3\ln x\Big|_1^e = 3\ln e - 3\ln 1$$

$$= 3 - 0 = 3 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

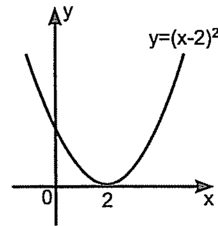
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 52

1. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



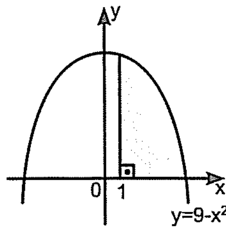
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

2. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



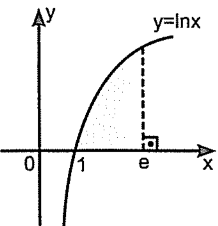
A) 4 B) $\frac{11}{3}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 3 E) $\frac{8}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



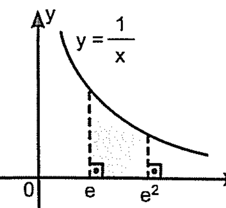
A) 10 B) $\frac{29}{3}$ C) $\frac{28}{3}$ D) 9 E) $\frac{25}{3}$

4. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) e – 1 B) 1 C) e D) e + 1 E) 2e

5. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



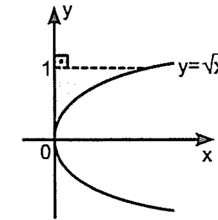
A) e B) e² C) e – 1 D) 2 E) 1

1–B 2–E 3–C 4–B 5–E

y Ekseni Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU – 134

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



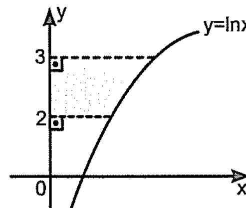
Çözüm:

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow x = y^2$$

$$\int_0^1 y^2\,dy = \frac{y^3}{3}\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 135

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



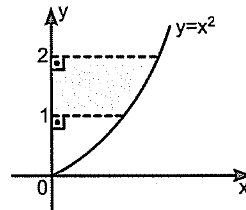
Çözüm:

$$y = \ln x \Rightarrow x = e^y$$

$$\int_2^3 e^y\,dy = e^y\Big|_2^3 = (e^3 - e^2) \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 136

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



Çözüm:

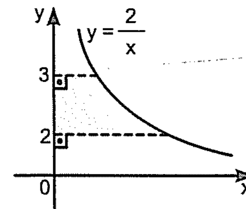
$$y = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y}$$

$$\int_1^2 \sqrt{y}\,dy = \int_1^2 y^{\frac{1}{2}}\,dy = \frac{y^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^2 = \frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}}\Bigg|_1^2$$

$$= \frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1) \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 137

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



Çözüm:

$$y = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{y}$$

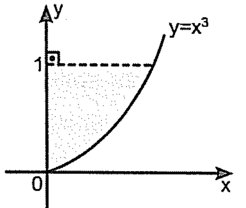
$$\int_2^3 \frac{2}{y}\,dy = 2\ln y\Big|_2^3 = 2\ln 3 - 2\ln 2$$

$$= 2(\ln 3 - \ln 2)$$

$$= 2\ln\frac{3}{2} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

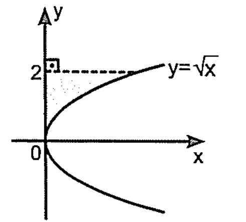
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 53

1. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



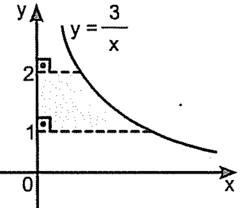
A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

2. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



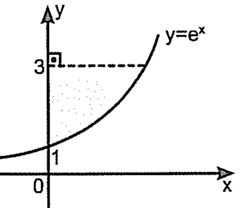
A) $\frac{11}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



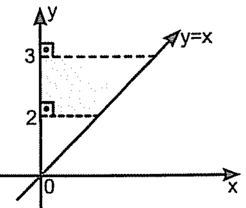
A) 3ln2 B) 2ln2 C) ln2 D) e E) 1

4. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) 3ln3 B) 2ln3 – 1 C) 3ln3 – 2 D) 2ln3 + 3 E) 3ln3 + 2

5. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) 3 E) $\frac{5}{2}$

1–D 2–C 3–A 4–C 5–E

x Ekseni Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı – 2

ÖĞRETEN SORU – 138

$y = x^2 - 4$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

ÇÖZÜM:

Önce x eksenini kesen noktaları bulalım:

$y = 0 \Rightarrow 0 = x^2 - 4 \Rightarrow x = \mp 2$

$$\int_{-2}^{2} |x^2-4|\,dx = -\int_{-2}^{2}(x^2-4)\,dx = -2\int_{0}^{2}(x^2-4)\,dx$$

$$= -2\left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Big|_0^2 = -2\left(\frac{8}{3}-8\right)$$

$$= \frac{32}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 139

$y = x^3 - x$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

ÇÖZÜM:

Önce x eksenini kesen noktaları bulalım:

$y = 0 \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2-1) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 0,\ x_2 = 1,\ x_3 = -1$

$$\int_{-1}^{1} |x^3-x|\,dx = \int_{-1}^{0} |x^3-x|\,dx + \int_{0}^{1} |x^3-x|\,dx$$

$$= \int_{-1}^{0} (x^3-x)\,dx + \int_{0}^{1} -(x^3-x)\,dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{-1}^{0} - \left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0}^{1}$$

$$= 0 - \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right) - 0$$

$$= \frac{1}{4}+\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 54

1. **$y = x^2 - 1$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) 2 B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

2. **$y = x^2 - 3x$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) $\frac{9}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) $\frac{13}{2}$

3. **$y = x^3 - 4x$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

4. **$y = 4x^2 + x$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) $\frac{1}{116}$ B) $\frac{1}{96}$ C) $\frac{1}{80}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{48}$

5. **$y = 2x - x^2$ parabolü ile x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

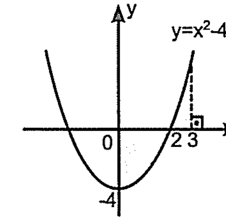
   A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) 2 D) $\frac{4}{3}$ E) 1

1–C 2–A 3–D 4–B 5–D

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 1

ÖĞRETEN SORU – 140

Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



ÇÖZÜM:

$$\text{T.A} = -\int_{0}^{2}(x^2-4)\,dx + \int_{2}^{3}(x^2-4)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+4x\right)\Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3}-4x\right)\Big|_2^3$$

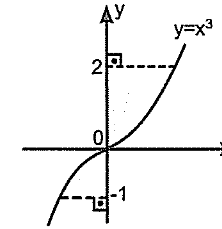
$$= \left(-\frac{8}{3}+8-0\right) + \left(\frac{27}{3}-12\right) - \left(\frac{8}{3}-8\right)$$

$$= -\frac{8}{3}+8+9-12-\frac{8}{3}+8$$

$$= \frac{23}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 141

Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



ÇÖZÜM:

$y = x^3 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y}$

$$\text{T.A} = -\int_{-1}^{0}\sqrt[3]{y}\,dy + \int_{0}^{2}\sqrt[3]{y}\,dy$$

$$= -\frac{y^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\Bigg|_{-1}^{0} + \frac{y^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\Bigg|_{0}^{2}$$

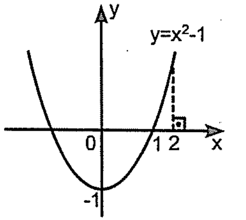
$$= -\frac{3}{4}y^{\frac{4}{3}}\Big|_{-1}^{0} + \frac{3}{4}y^{\frac{4}{3}}\Big|_{0}^{2}$$

$$= 0 - \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4}2\sqrt[3]{2} - 0$$

$$= \frac{3}{4}((1+2\sqrt[3]{2}) \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

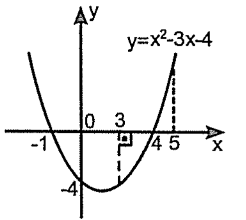
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 55

1. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



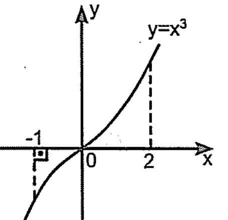
   A) 4 B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

2. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



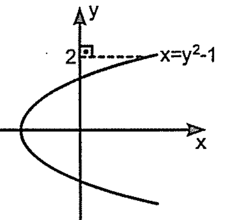
   A) 2 B) 3 C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{14}{3}$ E) 5

3. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



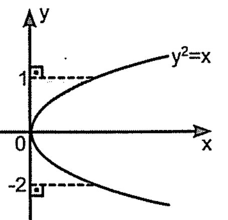
   A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) $\frac{17}{4}$ D) 4 E) $\frac{15}{4}$

4. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



   A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

5. **Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



   A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

1–D 2–E 3–C 4–C 5–E

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı – 2

ÖĞRETEN SORU – 142

$y = x^2 - 1$ eğrisi ile $x = 0$ ve $x = 2$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

Çözüm:

$y = 0$ için $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ ve $x_2 = -1$ dir.

$$A = \int_0^2 |x^2-1|\,dx = \int_0^1 |x^2-1|\,dx + \int_1^2 |x^2-1|\,dx$$

$$= -\int_0^1 (x^2-1)\,dx + \int_1^2 (x^2-1)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3}-x\right)\Big|_1^2$$

$$= \left(-\frac{1}{3}+1\right) - 0 + \left(\frac{8}{3}-2\right) - \left(\frac{1}{3}-1\right)$$

$$= \frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3} = 2 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 143

$y = \cos x$ eğrisi $x = 0$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ doğrularının x ekseni ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

Çözüm:

$0 < x < 90° \Rightarrow \cos x > 0$

$90° < x < 270° \Rightarrow \cos x < 0$ dır.

$$A = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\cos x|\,dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} |\cos x|\,dx$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} -\cos x\,dx$$

$$= \sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \sin x\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= (1-0) - (-1-1)$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 56

1. $y = x^3$ eğrisi, $x = -1$, $x = 2$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 5 B) $\frac{19}{4}$ C) $\frac{9}{2}$ D) $\frac{17}{4}$ E) 4

2. $y = x^2 - 9$ eğrisi, $x = 1$ ve $x = 4$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) $\frac{40}{3}$ B) $\frac{38}{3}$ C) 12 D) $\frac{35}{3}$ E) 11

3. $y = x^2 - 4$ eğrisi, $x = 0$ ve $x = 3$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 9 B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{23}{3}$ D) 7 E) $\frac{20}{3}$

4. $y = \sin x$ eğrisi $x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = 2\pi$ doğrularının x ekseni ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $y = \cos x$ eğrisi $x = \frac{\pi}{2}$ ve $x = \frac{3\pi}{2}$ doğrularının x ekseni ile oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1-D 2-B 3-C 4-D 5-C

y Ekseni Tarafından Sınırlanan Düzlemsel Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU – 144

$y^2 = 2x$ parabolü, $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

Çözüm:

$y^2 = 2x \Rightarrow x = \frac{y^2}{2}$

$$A = \int_1^2 \left|\frac{y^2}{2}\right| dy = \int_1^2 \frac{y^2}{2}\,dy$$

$$= \frac{y^3}{6}\Big|_1^2$$

$$= \frac{8}{6} - \frac{1}{6} = \frac{7}{6} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 145

$y = e^x$ eğrisi, $y = e$ ve $y = e^2$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

Çözüm:

$y = e^x \Rightarrow x = \ln y$

$$A = \int_e^{e^2} \ln y\,dy = (y \cdot \ln y - y)\Big|_e^{e^2}$$

$$= (e^2 \cdot \ln e^2 - e^2) - (e \cdot \ln e - e)$$

$$= 2e^2 - e^2 - e + e$$

$$= e^2 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 146

$y = \arctan x$ eğrisi, $y = 0$ ve $y = \frac{\pi}{6}$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

Çözüm:

$y = \arctan x \Rightarrow x = \tan y$

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \tan y\,dy = -\ln|\cos y|\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \left(-\ln\left|\cos\frac{\pi}{6}\right|\right) - (-\ln|\cos 0|)$$

$$= \left(-\ln\left|\frac{\sqrt{3}}{2}\right|\right) + \ln 1$$

$$= \ln\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \ln\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 57

1. $y^2 = x$ parabolü, $y = 0$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 3 B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{3}$

2. $y = \sqrt{x}$ eğrisi, $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

3. $y = e^x$ eğrisi, $y = 1$ ve $y = e^2$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) $e^2 + 1$ B) e^2 C) $2e^2$ D) $e^2 - 1$ E) $2e^2 + 1$

4. $y = \text{arccot}x$ eğrisi $y = \frac{\pi}{6}$ ve $y = \frac{\pi}{4}$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) $\ln\sqrt{3}$ B) $\ln 2$ C) $\ln\sqrt{2}$ D) $\ln\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

5. $y = \arccos x$ eğrisi $y = 0$ ve $y = \frac{\pi}{3}$ doğruları ile y ekseninin oluşturduğu bölgenin alanı kaç br² dir?

   A) 0 B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

1-B 2-D 3-A 4-C 5-D

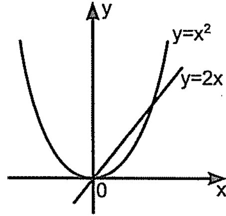
İki Eğri İle Sınırlı Bölgenin Alanı (x Ekseni)

Eğrilerle sınırlanan alanı bulmak için $f(x) - g(x) = 0$ dan x_1 ve x_2 kökleri bulunur. $(x_1 < x_2)$

$$A = \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)|\, dx \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 147

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



ÇÖZÜM:

$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = 2x \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \ \vee \ x_2 = 2$$

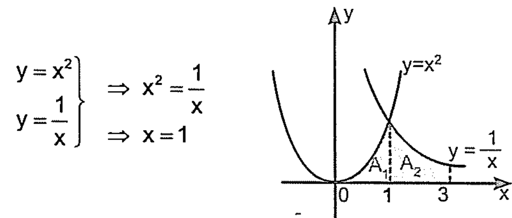
$$\int_0^2 (2x - x^2)\,dx = \left.\frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right|_0^2$$

$$= 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 148

$y = x^2$ parabolü, $y = \frac{1}{x}$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x ekseni ile sınırlı bölgenin alanı kaç br² dir?

ÇÖZÜM:



$$\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = \frac{1}{x} \end{array}\right\} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{x} \Rightarrow x = 1$$

$$A_1 = \int_0^1 x^2\,dx \Rightarrow A_1 = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 \Rightarrow A_1 = \frac{1}{3} \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

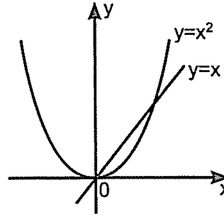
$$A_2 = \int_1^3 \frac{1}{x}\,dx \Rightarrow A_2 = \ln x\Big|_1^3 \Rightarrow A_2 = \ln 3 - \ln 1$$

$$\Rightarrow A_2 = \ln 3 \text{ br}^2 \text{ dir.}$$

$$A_1 + A_2 = \frac{1}{3} + \ln 3 \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

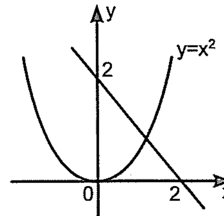
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 58

1. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



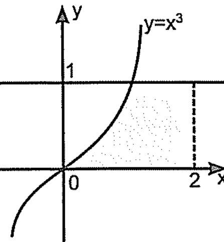
A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

2. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



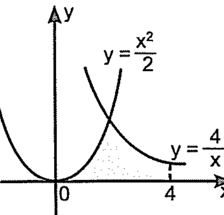
A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{7}{6}$ C) 1 D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{2}{3}$

3. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{5}{4}$

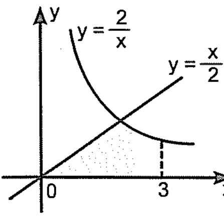
4. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $\frac{4}{3} + 4\ln 2$ B) $\frac{4}{3} + 2\ln 2$ C) $\frac{4}{3} + \ln 2$

D) $4 + 4\ln 2$ E) $2 + 4\ln 2$

5. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $2 + 2\ln\frac{3}{2}$ B) $4 + \ln\frac{3}{2}$ C) $1 + 2\ln\frac{3}{2}$

D) $4 + 2\ln\frac{3}{2}$ E) $1 + \ln\frac{3}{2}$

1–B 2–D 3–E 4–A 5–C

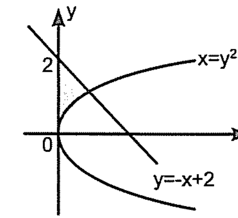
İki Eğri İle Sınırlı Bölgenin Alanı (y Ekseni)

Eğrilerle sınırlanan alanı bulmak için $f(y) - g(y) = 0$ dan y_1 ve y_2 kökleri bulunur. $(y_1 < y_2)$

$$A = \int_{y_1}^{y_2} |f(y) - g(y)|\, dy \text{ olur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 149

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



ÇÖZÜM:

$$\left.\begin{array}{l} x = y^2 \\ x = 2 - y \end{array}\right\} \Rightarrow y^2 = 2 - y \Rightarrow (y+2)\cdot(y-1) = 0$$

$$\Rightarrow y_1 = -2 \ \vee \ y_2 = 1$$

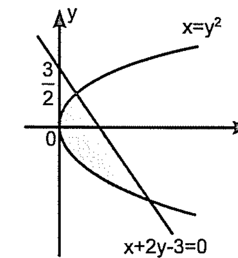
$$\int_0^1 y^2\,dy + \int_1^2 (2-y)\,dy = \left.\frac{y^3}{3}\right|_0^1 + \left.\left(2y - \frac{y^2}{2}\right)\right|_1^2$$

$$= \frac{1}{3} + \left(4 - \frac{4}{2}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{5}{6} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 150

Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



ÇÖZÜM:

Eğri ile doğrunun kesim noktalarını bulalım.

$y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y = -3$ ve $y = 1$ dir.

taralı bölgenin üst sınırı,

$x + 2y - 3 = 0$ doğrusu olduğundan

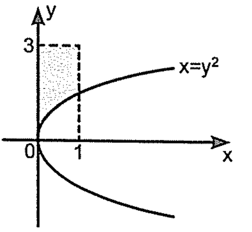
$$A = \int_{-3}^{1} ((3-2y) - (y^2))\,dy = \left.3y - \frac{2y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right|_{-3}^{1}$$

$$= \left(3 - 1 - \frac{1}{3}\right) - \left(-9 - 9 + \frac{27}{3}\right)$$

$$= \frac{5}{3} + 18 - \frac{27}{3} = \frac{32}{3} \text{ br}^2 \text{ bulunur.}$$

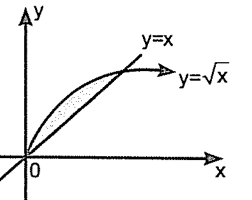
ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 59

1. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



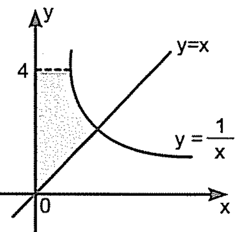
A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

2. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

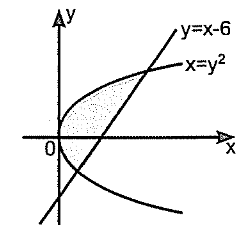
3. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) ln4 B) 1 + ln4 C) $\frac{1}{2} + \ln 4$

D) $\frac{1}{2} + \ln 2$ E) $\frac{1}{4} + \ln 2$

4. Yanda ifade edilmiş taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $\frac{125}{6}$ B) $\frac{62}{3}$ C) $\frac{123}{6}$ D) $\frac{119}{6}$ E) $\frac{59}{3}$

1–E 2–B 3–C 4–A

İki Eğri Arasında Kalan Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU – 151

$y=x^2+3$ parabolü ile $y=x+5$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

ÇÖZÜM:

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2+3 \\ y=x+5 \end{array}\right\} \Rightarrow x^2+3=x+5 \Rightarrow x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow x_1=2 \ \vee \ x_2=-1$$

$$\int_{-1}^{2} |(x+5)-(x^2+3)|\,dx = \int_{-1}^{2} (-x^2+x+2)\,dx$$

$$=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right)\Bigg|_{-1}^{2}$$

$$=\left(-\frac{8}{3}+\frac{4}{2}+4\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-2\right)$$

$$=\frac{10}{3}-\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{9}{2}\ \text{br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 152

$y=x^2+2x$ parabolü ile $y=-x^2-6x$ parabolü arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

ÇÖZÜM:

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2+2x \\ y=-x^2-6x \end{array}\right\} \Rightarrow x^2+2x=-x^2-6x$$

$$\Rightarrow 2x^2+8x=0 \Rightarrow x_1=0 \ \vee \ x_2=-4$$

$$\int_{-4}^{0} |(-x^2-6x)-(x^2+2x)|\,dx = \int_{-4}^{0} (-2x^2-8x)\,dx$$

$$=\left(-2\frac{x^3}{3}-8\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_{-4}^{0}$$

$$=0-\left(\frac{128}{3}-64\right)$$

$$=\frac{64}{3}\ \text{br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 60

1. **$y=x^2-2$ parabolü ile $y=1-2x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) 15 B) 14 C) $\frac{40}{3}$ D) 13 E) $\frac{32}{3}$

2. **$y=x^2+2$ parabolü ile $y=x+4$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) 2 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

3. **$y=x^3$ eğrisi ile $y=4x$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. **$y=x^2-3x$ parabolü ile $y=x-x^2$ parabolü arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{7}{3}$ C) 2 D) $\frac{5}{3}$ E) 1

5. **$x=-y^2+5y$ parabolü ile $x=2y$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

   A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

1–E 2–B 3–D 4–A 5–E

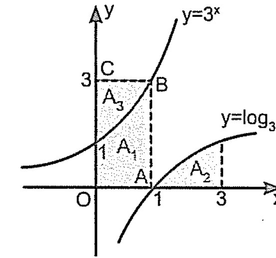
x ve y Eksenlerine Göre Sınırlı Bölgenin Alanı

ÖĞRETEN SORU – 153

$$\int_0^1 3^x\,dx+\int_1^3 \log_3 x\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:



Yukarıda şekilde görüldüğü gibi

$$A_1=\int_0^1 3^x\,dx$$

$$A_2=\int_1^3 \log_3 x\,dx \text{ dir.}$$

Ayrıca $A_2=A_3$ olduğundan

$$\int_0^1 3^x\,dx+\int_1^3 \log_3 x\,dx = A_1+A_2$$

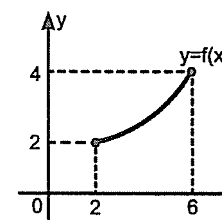
$$=A_1+A_3$$

$$=A(OABC)$$

$$=|OA|\cdot|AB|=1\cdot 3=3\ \text{br}^2 \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 154

Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten $f:[2, 6] \to [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.

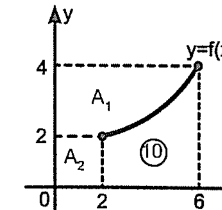


$$\int_2^6 f(x)\,dx=10 \text{ ise } \int_2^4 f^{-1}(x)\,dx \text{ kaçtır?}$$

ÇÖZÜM:

$$\int_2^4 f^{-1}(x)\,dx=A_1$$

$$A_2=2\cdot 2=4\ \text{br}^2$$



$$A_1+A_2+10=6\cdot 4 \Rightarrow A_1+4+10=24$$

$$\Rightarrow A_1=10\ \text{br}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 61

1. $$\int_0^1 5^x\,dx+\int_1^5 \log_5 x\,dx$$

   integralinin eşiti nedir?

   A) 1 B) 2 C) 5 D) 25 E) 50

2. $$\int_0^1 e^x\,dx+\int_1^e \ln x\,dx$$

   integralinin eşiti nedir?

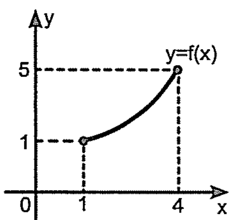
   A) e B) 2e C) $2e^2$ D) $4e^2$ E) $2e^2+e$

3. $$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x\,dx+\int_{-1}^{0} \arccos x\,dx$$

   integralinin eşiti nedir?

   A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) 2π E) 4π

4. Yandaki fonksiyona göre,

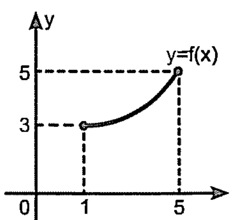
   

   $$\int_1^4 f(x)\,dx=8 \text{ ise}$$

   $$\int_1^5 f^{-1}(x)\,dx \text{ kaçtır?}$$

   A) 20 B) 16 C) 14 D) 12 E) 11

5. Yandaki fonksiyona göre,

   $$\int_3^5 f^{-1}(x)\,dx=7 \text{ ise}$$

   $$\int_1^5 f(x)\,dx \text{ kaçtır?}$$

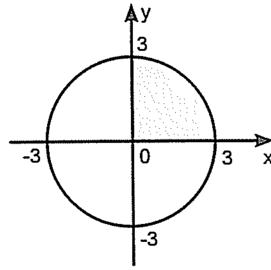
   A) 7 B) 10 C) 13 D) 15 E) 18

1–C 2–A 3–C 4–E 5–D

Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 1

ÖĞRETEN SORU – 155

Yandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını veren integral denklemi nedir?



ÇÖZÜM:

➤ Şekle göre taralı bölgenin sınırları x = 0 ve x = 3 noktalarıdır.

Merkezcil çember denklemi

$x^2+y^2=9 \Rightarrow y=\sqrt{9-x^2}$

Alan O_x ekseni üzerinde olduğundan

$y=\sqrt{9-x^2}$ alınır.

$A=\int_0^3 (\sqrt{9-x^2})\,dx$ bulunur.

➤ Eğer taralı bölgenin sınırları y = 0 ve y = 3 noktaları alınırsa,

Merkezcil çember denklemi

$x^2+y^2=9 \Rightarrow x=\sqrt{9-y^2}$

Alan O_y ekseni üzerinde olduğundan $x=\sqrt{9-y^2}$

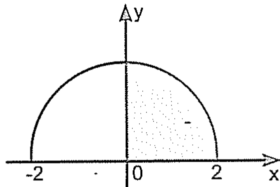
$A=\int_0^3 (\sqrt{9-y^2})\,dy$ bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 156

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:



$y=\sqrt{4-x^2}$ fonksiyonu r = 2 yarıçaplı yarım çemberi gösterdiğinden istenen ifade şekildeki gibidir.

Bu alan, $\pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{4}=\pi$ olduğundan

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx=\pi$ br² dir.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 62

1. $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 2π B) π C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{4}$

2. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

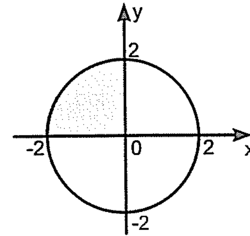
A) 16π B) 8π C) 4π D) 2π E) π

3. $\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 9π B) 6π C) $\frac{9\pi}{2}$ D) 3π E) $\frac{9\pi}{4}$

4. **Yandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını veren integral denklemi nedir?**

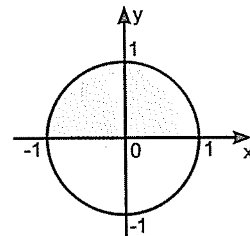


A) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ B) $\int_0^2 \sqrt{1-x^2}\,dx$

C) $\int_{-2}^0 \sqrt{4-x^2}\,dx$ D) $\int_0^{-2} \sqrt{4-x^2}\,dx$

E) $\int_0^2 \sqrt{y^2-4}\,dy$

5. **Yandaki şekilde verilen taralı bölgenin alanını veren integral denklemi nedir?**



A) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$ B) $\int_0^1 \sqrt{1-y^2}\,dy$

C) $\int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2}\,dx$ D) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$

E) $\int_{-1}^1 \sqrt{x^2-1}\,dx$

1–E 2–C 3–C 4–C 5–D

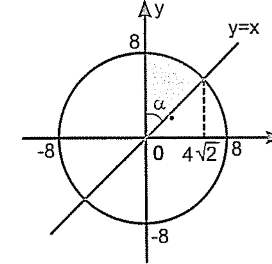
Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 2

ÖĞRETEN SORU – 157

$\int_0^{4\sqrt{2}} (\sqrt{64-x^2}-x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:



Bu integral birinci bölgede $x^2+y^2=64$ çemberi ile $y=x$ doğrusu arasında kalan taralı bölgenin alanıdır.

$\alpha=45°$ olduğundan $\frac{45°}{360°}=\frac{1}{8}$

$\int_0^{4\sqrt{2}} (\sqrt{64-x^2}-x)\,dx=\frac{\text{Dairenin alanı}}{8}$

$=\frac{64\pi}{8}$

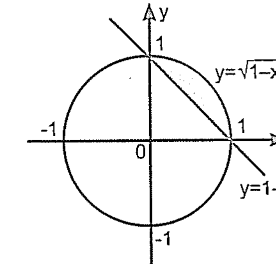
$=8\pi$ br² bulunur.

ÖĞRETEN SORU – 158

$\int_0^1 \left[\sqrt{1-x^2}-(1-x)\right]dx$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:



İntegralin değeri şekildeki taralı alandır. Bu alan dörtte bir daire ile dik üçgenin alanları farkına eşittir.

$\int_0^1 [\sqrt{1-x^2}-(1-x)]\,dx=\frac{\pi}{4}-\frac{1\cdot 1}{2}=\frac{\pi-2}{4}$ br² bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 63

1. $\int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4-x^2}-x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 2π B) $\frac{3\pi}{2}$ C) π D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

2. $\int_0^{3\sqrt{2}} (\sqrt{36-x^2}-x)\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 6π B) 5π C) $\frac{9\pi}{2}$ D) 4π E) $\frac{7\pi}{2}$

3. $\int_0^3 \sqrt{36-x^2}\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $3\pi+\frac{9\sqrt{3}}{2}$ B) $6\pi+\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C) 3π

D) $3\pi+\frac{3\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{9\sqrt{3}}{2}$

4. $\int_0^2 \left[\sqrt{4-x^2}-(2-x)\right]dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $2\pi-2$ B) $4\pi-4$ C) $\pi-1$

D) $\pi-4$ E) $\pi-2$

5. $\int_0^3 \left[\sqrt{9-x^2}-(3-x)\right]dx$

integralinin eşiti nedir?

A) $\frac{9\pi}{4}$ B) $\frac{9\pi}{2}-3$ C) $\frac{9\pi}{4}-\frac{9}{4}$

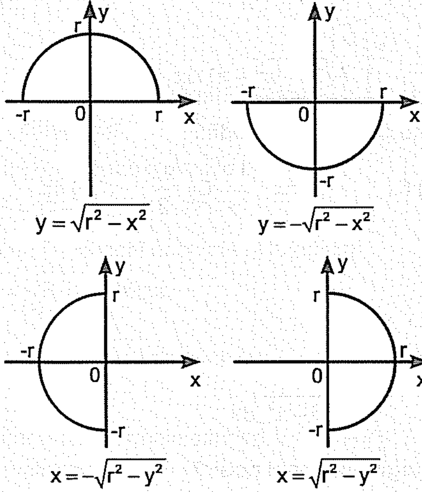
D) $\frac{9\pi}{4}-\frac{9}{2}$ E) $\frac{9\pi}{2}-\frac{9}{2}$

1–D 2–C 3–A 4–E 5–D

Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 3

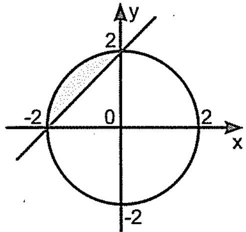
- Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki fonksiyon çıkarılır.
- Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki fonksiyon çıkarılır.

$x^2+y^2=r^2$ merkezcil çember denklemidir.



ÖĞRETEN SORU – 159

Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralinin eşiti nedir?



Çözüm:

Taralı kısmın bulunduğu bölgedeki dörtte bir çemberin denklemi $y=\sqrt{4-x^2}$ ya da $x=-\sqrt{4-y^2}$ dir.

Doğrunun denklemi $y=x+2$ ya da $x=y-2$ dir.

Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki çıkarılır.

Yani, $A=\int_{-2}^{0}[\sqrt{4-x^2}-(x+2)]\,dx$ olur.

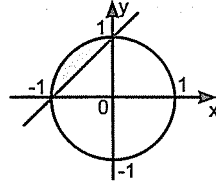
Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki çıkarılır.

Yani; $A=\int_{0}^{2}\left[(y-2)-(-\sqrt{4-y^2})\right]dy$

$A=\int_{0}^{2}(y-2+\sqrt{4-y^2})\,dy$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 64

1. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?

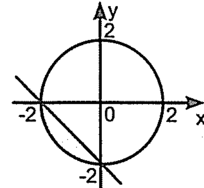


A) $\int_{0}^{1}\left[(y-1)-\sqrt{1-y^2}\right]dy$ B) $\int_{0}^{1}\left[(x-1)-\sqrt{1-x^2}\right]dx$

C) $\int_{-1}^{0}\left[(x+1)-\sqrt{1-x^2}\right]dx$ D) $\int_{0}^{1}\left[(y-1)+\sqrt{1-y^2}\right]dy$

E) $\int_{-1}^{0}\left[\sqrt{1-x^2}+(x+1)\right]dx$

2. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?



A) $\int_{-2}^{0}\left[(-x-2)+\sqrt{4-x^2}\right]dx$

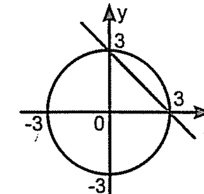
B) $\int_{-2}^{0}\left[(-x-2)-\sqrt{4-x^2}\right]dx$

C) $\int_{-2}^{0}\left[(2+y)-\sqrt{4-y^2}\right]dy$

D) $\int_{-2}^{0}\left[(-2-y)-\sqrt{4-y^2}\right]dy$

E) $\int_{-2}^{0}\left[\sqrt{4-y^2}-(-2-y)\right]dy$

3. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integral nedir?



A) $\int_{0}^{3}\left[(3-x)-\sqrt{9-x^2}\right]dx$ B) $\int_{0}^{3}\left[\sqrt{9-x^2}-(x-3)\right]dx$

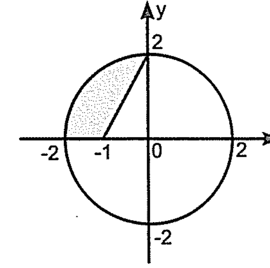
C) $\int_{0}^{3}\left[\sqrt{9-y^2}-(3-y)\right]dy$ D) $\int_{0}^{3}\left[(3-y)-\sqrt{9-y^2}\right]dy$

E) $\int_{0}^{3}\left[\sqrt{9-y^2}+(3-y)\right]dy$

1–D 2–A 3–C

Merkezi Orijin Olan Çemberin Üzerindeki Alan Hesabı - 4

ÖĞRETEN SORU – 160



Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?

Çözüm:

Taralı kısmın bulunduğu bölgedeki dörtte bir çemberin denklemi

$y=\sqrt{4-x^2}$ ya da $x=-\sqrt{4-y^2}$

Doğrunun denklemi

$y=2x+2$ ya da $x=\frac{y-2}{2}$ dir.

- Taralı alanı y fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, yukarıdakinden aşağıdaki fonksiyon çıkarılır.

$A=\int_{-2}^{0}\sqrt{4-x^2}\,dx-\int_{-1}^{0}(2x+2)\,dx$

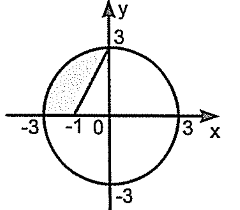
- Taralı alanı x fonksiyonuna göre yazdığımız zaman, sağdakinden soldaki fonksiyon çıkarılır.

$A=\int_{0}^{2}\left[\frac{y-2}{2}-(-\sqrt{4-y^2})\right]dy$

$A=\int_{0}^{2}\left(\frac{y-2}{2}+\sqrt{4-y^2}\right)dy$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 65

1. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?

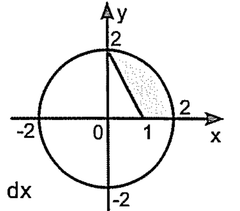


A) $\int_{-3}^{0}\left[\sqrt{9-x^2}-(3+3x)\right]dx$ B) $\int_{0}^{3}\left[\frac{y-3}{3}-\sqrt{9-y^2}\right]dy$

C) $\int_{0}^{3}\left[\frac{y-3}{3}+\sqrt{9-y^2}\right]dy$ D) $\int_{-3}^{0}\left[\sqrt{9-x^2}+(3x+3)\right]dx$

E) $\left[\int_{-3}^{0}\sqrt{9-x^2}\,dx+\int_{-1}^{0}(3x+3)\right]dx$

2. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralin eşiti nedir?



A) $\int_{0}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx-\int_{0}^{1}(2x-2)\,dx$

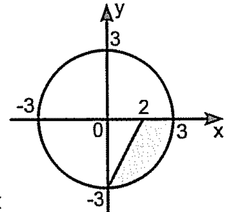
B) $\int_{0}^{2}\left[\sqrt{4-y^2}-\left(\frac{2-y}{2}\right)\right]dy$

C) $\int_{0}^{2}\left[\sqrt{4-y^2}-\left(\frac{-y-2}{2}\right)\right]dy$

D) $\int_{0}^{2}\left[\left(\frac{2-y}{2}\right)-\sqrt{4-y^2}\right]dy$

E) $\int_{0}^{2}\left[\sqrt{4-y^2}+\left(\frac{2-y}{2}\right)\right]dy$

3. Şekilde taralı alanın eşit olduğu belirli integralinin eşiti nedir?



A) $\int_{0}^{3}\left[\left(\frac{3x-6}{2}\right)-\sqrt{9-x^2}\right]dx$

B) $\int_{0}^{2}\left[\left(\frac{3x-6}{2}\right)-\sqrt{9-x^2}\right]dx$

C) $\int_{-3}^{0}\left[\sqrt{9-y^2}+\frac{2y+6}{3}\right]dy$

D) $\int_{-3}^{0}\left[\sqrt{9-y^2}-\frac{2y+6}{3}\right]dy$

E) $\int_{-3}^{0}\left[\frac{2y+6}{3}-\sqrt{9-y^2}\right]dy$

1–C 2–B 3–D

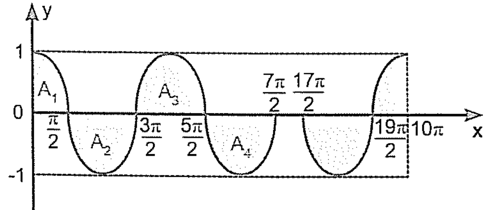
Trigonometrik Fonksiyonlarda Alan Hesabı

ÖĞRETEN SORU – 161

$$A=\int_0^{10\pi}\cos x\,dx$$

integralinin sonucu nedir?

ÇÖZÜM:



$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx=\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\sin\frac{\pi}{2}-\sin 0=1$$

$\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$ ve $\left[\frac{19\pi}{2},10\pi\right]$ aralığı yarım olduğundan ikisinin toplamı bir parça kabul edilirse, her taralı bölgenin alanı $2\ br^2$ dir. O halde,

$$A=\int_0^{10\pi}\cos x\,dx=(2-2+2-2+...+2-2)$$

$=0$ bulunur.

İkinci Yol:

x ekseninin altında kalan alanlar ile üstünde kalan alanlar eşit olduğundan sıfır bulunabilir.

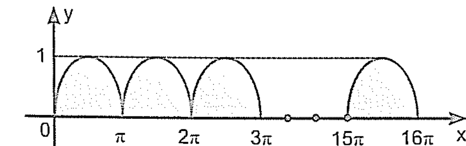
ÖĞRETEN SORU – 162

$$A=\int_0^{16\pi}|\sin x|\,dx$$

integralinin eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

|sinx| in grafiği



$$\int_0^{\pi}\sin x\,dx=-\cos x\Big|_0^{\pi}$$

$=(-\cos\pi)-(-\cos 0)$

$=2\ br^2$

şekilde de görüldüğü gibi her bir parçanın alanı $2\ br^2$ olduğuna göre 16π ye kadar

$$A=\int_0^{16\pi}|\sin x|\,dx$$

$A=16\cdot 2=32\ br^2$ bulunur.

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 66

1. $\displaystyle\int_0^{18\pi}\cos x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 90 E) 180

2. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{13\pi}\sin x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 1 C) 60 D) 120 E) 130

3. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{8\pi}\cos x\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 1 C) 8 D) 16 E) 17

4. $\displaystyle\int_0^{12\pi}|\sin x|\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 12 E) 24

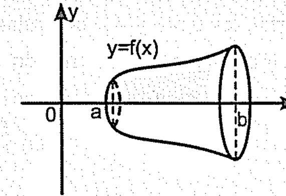
5. $\displaystyle\int_{3\pi}^{16\pi}|\cos x|\,dx$ integralinin eşiti nedir?

A) 0 B) 3 C) 6 D) 13 E) 26

1–A 2–A 3–B 4–E 5–E

Hacim Hesabı

Kapalı bölge x ekseni etrafında 360° döndürülürse,



$y=f(x)$ eğrisi $x=a$, $x=b$ doğruları ve x ekseni ile sınırlanan şekildeki taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° dönmesiyle oluşan dönel cismin hacmi,

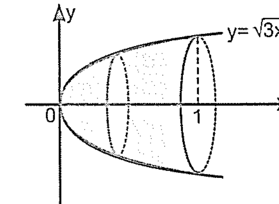
$$V_x=\pi\int_a^b y^2\,dx \text{ tir.}$$

NOT: Kürenin hacmi $\frac{4}{3}.\pi r^3$ tür. r, kürenin yarıçapıdır.

ÖĞRETEN SORU – 163

$y=\sqrt{3x}$ eğrisinin, x ekseni ve $x=1$ doğruları ile sınırlanan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

ÇÖZÜM:



$$V_x=\pi\int_0^1 y^2dx$$

$$V_x=\pi\int_0^1 3x\,dx$$

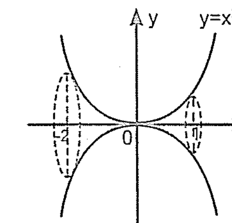
$$V_x=\pi\frac{3x^2}{2}\Big|_0^1$$

$$V_x=\pi\left(\frac{3}{2}-0\right)=\frac{3\pi}{2}\ br^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN SORU – 164

$y=x^2$ eğrisi, $x=-2$ ve $x=1$ doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile olsun cismin hacmi kaç br^3 tür?

ÇÖZÜM:



$$V_x=\pi\int_{-2}^1 y^2\,dx$$

$$=\pi\int_{-2}^1 x^4\,dx$$

$$=\pi\frac{x^5}{5}\Big|_{-2}^1$$

$$=\pi\left(\frac{1}{5}-\frac{-32}{5}\right)$$

$$=\frac{33\pi}{5}\ br^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 67

1. $y=\sqrt{x}$ eğrisi, $x=1$ ve $x=2$ doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

2. $y=\frac{2}{x}$ eğrisi $x=1$ ve $x=3$ doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 3π B) $\frac{8\pi}{3}$ C) $\frac{7\pi}{3}$ D) 2π E) $\frac{5\pi}{3}$

3. $y=2x$ doğrusu, $x=0$ ve $x=3$ doğruları ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 12π B) 18π C) 24π D) 30π E) 36π

4. $y=\sqrt{9-x^2}$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 72π B) 60π C) 48π D) 36π E) 18π

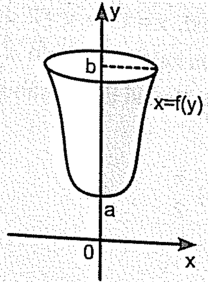
5. $y=\sqrt{25-x^2}$ eğrisi ile x ekseni arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) $\frac{500\pi}{3}$ B) 100π C) $\frac{250\pi}{3}$ D) 75π E) 50π

1–D 2–B 3–E 4–D 5–C

Hacim Hesabı

Kapalı bölge y ekseni etrafında 360° döndürülürse,



x = f(y) eğrisi y = a, y = b doğruları ve y ekseni ile sınırlanan şekildeki taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° dönmesiyle oluşan dönel cismin hacmi

$$V_y = \pi \int_a^b x^2\, dy \text{ dir.}$$

ÖĞRETEN SORU – 165

$y = 2x^2$ eğrisi, y ekseni, x = 0 ve y = 3 doğruları ile sınırlanan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

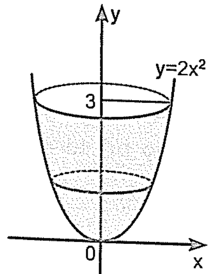
ÇÖZÜM:

$$V_y = \pi \int_0^3 x^2\, dy$$

$$V_y = \pi \int_0^3 \frac{y}{2}\, dy$$

$$V_y = \pi \frac{y^2}{4}\Big|_0^3$$

$$V_y = \pi\left(\frac{9}{4} - 0\right) = \frac{9\pi}{4} \text{ br}^3 \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN SORU – 166

$x = y^2$ eğrisi, x = 0 ve y = 1 doğruları ile sınırlandırılmış bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

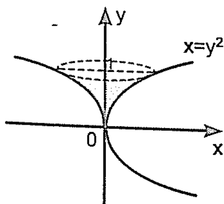
ÇÖZÜM:

$$V_y = \pi \int_0^1 x^2\, dy$$

$$V_y = \pi \int_0^1 y^4\, dy$$

$$= \pi \frac{y^5}{5}\Big|_0^1 = \pi\left(\frac{1}{5} - 0\right)$$

$$= \frac{\pi}{5} \text{ br}^3 \text{ bulunur.}$$



ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 68

1. **$y^2 = 2x$ eğrisi, x = 0 ve y = 2 doğruları ile sınırlandırılmış bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) 2π B) $\frac{9\pi}{5}$ C) $\frac{8\pi}{5}$ D) $\frac{6\pi}{5}$ E) π

2. **$y = x^2$ eğrisi, x = 0 ve y = 1 doğruları ile sınırlandırılmış bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

3. **$y = \sqrt{x}$ eğrisi y = 1 ve y = 2 doğruları ve ekseni ile sınırlanan bölge y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) 3π B) $\frac{18\pi}{5}$ C) 4π D) 6π E) $\frac{31\pi}{5}$

4. **y = lnx eğrisi y = 1 ve y = 3 doğruları ile y ekseninin sınırladığı bölgenin y ekseni etrafında 180° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{e^6}{4}\pi$ B) $\frac{e^6+e^2}{4}\pi$ C) $\frac{e^6-e^2}{2}\pi$ D) $\frac{e^6-e^2}{4}\pi$ E) $\frac{e^6-e^2}{8}\pi$

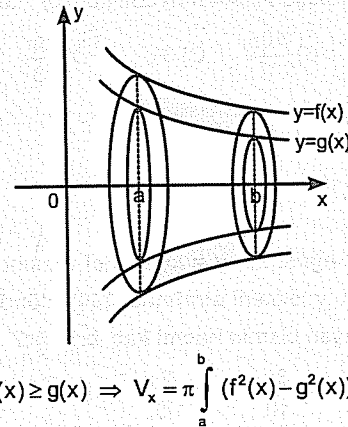
5. **x = secy eğrisi, $y = \frac{\pi}{6}$ ve $y = \frac{\pi}{4}$ doğrularının y ekseni ile oluşturduğu bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}\pi$ B) $\frac{1-\sqrt{3}}{3}\pi$ C) $\frac{6-\sqrt{3}}{3}\pi$ D) $\frac{3+\sqrt{3}}{3}\pi$ E) $(3-\sqrt{3})\pi$

1–C 2–B 3–E 4–D 5–A

Hacim Hesabı

Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi

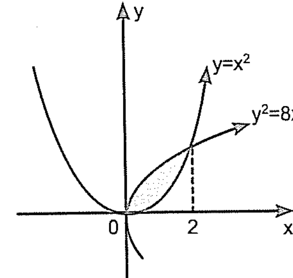


$$f(x) \geq g(x) \Rightarrow V_x = \pi \int_a^b (f^2(x) - g^2(x))\, dx$$

ÖĞRETEN SORU – 167

Denklemleri $y = x^2$ ve $y^2 = 8x$ olan eğriler arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

ÇÖZÜM:



Eğrilerin kesim noktalarını bulalım.

$(x^2)^2 = 8x \Rightarrow x = 0$ ve $x = 2$ dir.

$$V_x = \pi \int_0^2 (8x - x^4)\, dx$$

$$V_x = \pi\left(8\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5}\Big|_0^2\right)$$

$$V_x = \pi\left(\frac{32}{2} - \frac{32}{5}\right) = \frac{48}{5}\pi \text{ br}^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 69

1. **$y = x^2$ eğrisi ile y = x doğrusu arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{2\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{15}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. **$y = x^2$ eğrisi ile $y^2 = x$ eğrileri arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{\pi}{10}$ B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{3\pi}{10}$ D) $\frac{2\pi}{5}$ E) $\frac{\pi}{2}$

3. **$y = x^2$ eğrisi ile $y^2 = 27x$ eğrileri arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{819\pi}{10}$ B) 81π C) $\frac{791\pi}{10}$ D) $\frac{729\pi}{10}$ E) 72π

4. **$y = x^2$ eğrisi ile y = 2x doğrusu arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{34\pi}{15}$ B) $\frac{8\pi}{3}$ C) 3π D) 4π E) $\frac{64\pi}{15}$

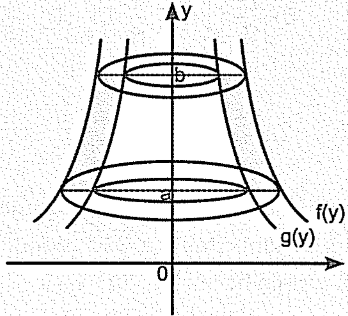
5. **$y = x^3$ ile $y = 2x^2$ eğrilerinin birinci bölgede oluşturduğu bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

   A) $\frac{276\pi}{35}$ B) $\frac{54\pi}{7}$ C) $\frac{256\pi}{35}$ D) $\frac{50\pi}{7}$ E) $\frac{236\pi}{35}$

1–B 2–C 3–D 4–E 5–C

Hacim Hesabı

Eğriler arasında kalan kapalı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi

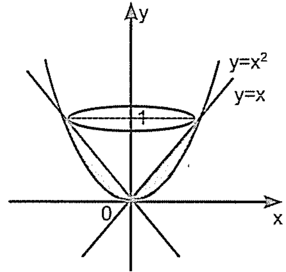


$$f(y) \ge g(y) \Rightarrow V_y = \pi \int_a^b (f^2(y) - g^2(y))\, dy$$

ÖĞRETEN SORU – 168

$y = x^2$ eğrisi ile $y = x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

Çözüm:



$$\left.\begin{matrix} y = x^2 \\ y = x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = y^2 \Rightarrow y_1 = 0 \text{ ve } y_2 = 1$$

$$V_y = \pi \int_0^1 (y - y^2)\, dy$$

$$= \pi\left(\frac{y^2}{2} - \frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_0^1$$

$$= \pi\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{\pi}{6} \text{ br}^3 \text{ bulunur.}$$

ÖĞRETEN MİNİ TEST — TEST 70

1. **$y = x^2$ eğrisi ile $y = 2x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

   A) 4π B) $\frac{10\pi}{3}$ C) 3π D) $\frac{8\pi}{3}$ E) 2π

2. **$y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x^2$ eğrisi arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

   A) $\frac{\pi}{5}$ B) $\frac{3\pi}{10}$ C) $\frac{2\pi}{5}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{5}$

3. **$y = \sqrt{x}$ eğrisi ile $y = x$ doğrusu arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

   A) $\frac{\pi}{15}$ B) $\frac{2\pi}{15}$ C) $\frac{\pi}{5}$ D) $\frac{4\pi}{15}$ E) $\frac{\pi}{3}$

4. **$y = 2x$, $y = x$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

   A) 2π B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{4\pi}{3}$ D) π E) $\frac{2\pi}{3}$

5. **$y = x^4$ eğrisi ile $y = 8x$ doğrusunun arasında kalan bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?**

   A) 25π B) $\frac{70\pi}{3}$ C) 22π D) $\frac{65\pi}{3}$ E) $\frac{64\pi}{3}$

1–D 2–B 3–B 4–A 5–E

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI — TEST 1

İntegral Alma Kuralları

1. $\int dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) x B) $x + c$ C) $-x + c$ D) $x^2 + c$ E) $\frac{x^2}{2} + c$

2. $\int x\, dy$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $x + c$ B) $y + c$ C) $xy + c$ D) $\frac{xy^2}{2} + c$ E) $\frac{yx^2}{2} + c$

3. $\int x^e\, dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $x^e + c$ B) $\frac{x^e}{e} + c$ C) $\frac{x^{e+1}}{e} + c$ D) $\frac{x^{e+1}}{e+1} + c$ E) $\frac{x^e}{\ln x} + c$

4. $\int \sqrt[4]{x}\, dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $\frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + c$ B) $\frac{5}{4}x^{\frac{5}{4}} + c$ C) $\frac{1}{4}x^{-\frac{1}{4}} + c$ D) $-\frac{1}{4}x^{-\frac{1}{4}} + c$ E) $\frac{1}{4}x^{\frac{5}{4}} + c$

5. $\int \frac{x^4 - x^2}{x^2}\, dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $3x^2 - x + c$ B) $x^3 - x + c$ C) $\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + c$ D) $\frac{x^3}{3} + x + c$ E) $\frac{x^3}{3} - x + c$

6. $\int x(3 - 2\sqrt{x})\, dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{5}x^{\frac{2}{5}} + c$ B) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}} + c$ C) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$ D) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$ E) $\frac{3}{2}x^2 - \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}} + c$

7. $\int \frac{dx}{x^3}$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $\frac{x^3}{3} + c$ B) $\frac{1}{2x^2} + c$ C) $-\frac{2}{x^2} + c$ D) $\frac{2}{x^2} + c$ E) $-\frac{1}{2x^2} + c$

8. $\int \frac{5x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}\, dx$

   integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

   A) $x^{\frac{3}{2}} - x + c$ B) $2x^{\frac{3}{2}} - x + c$ C) $\frac{10}{3}x^{\frac{3}{2}} - x + c$ D) $\frac{15}{2}x^{\frac{3}{2}} - x^2 + c$ E) $\frac{15}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + c$

9. $\int \frac{6x^4-1}{x^3}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2x^2-\frac{1}{x^2}+c$
B) $3x^2+\frac{1}{x^2}+c$
C) $3x^2-\frac{2}{x^2}+c$
D) $3x^2+\frac{1}{2x^2}+c$
E) $3x^2-\frac{1}{2x^2}+c$

10. $\int \frac{3x^4+x}{x^2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^3+x+c
B) $\frac{x^3}{3}+\frac{1}{x}+c$
C) $x^3-\ln x+c$
D) $\frac{x^3}{3}+\ln|x|+c$
E) $x^3+\ln|x|+c$

11. $\int \frac{\sqrt{x}-1}{x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\sqrt{x}+\ln|x|+c$
B) $2\sqrt{x}-\ln|x|+c$
C) $\sqrt{x}-\ln|x|+c$
D) $\sqrt{x}+\ln|x|+c$
E) $\frac{\sqrt{x}}{2}-\ln|x|+c$

12. $\int \frac{x-2}{x^3}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1+x}{x^3}+c$
B) $\frac{1-x}{x^3}+c$
C) $\frac{3}{x^2}+c$
D) $\frac{2-x}{x^2}+c$
E) $\frac{1-x}{x^2}+c$

13. $\int \frac{4x^2}{x+1}\,dx-\int \frac{4}{x+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^2-4x+c$
B) $2x^2-4x+c$
C) x^2-4x+c
D) $2x^2+4x+c$
E) x^3+4x+c

14. $\int (x+2)^2\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^3}{3}+2x^2+4x+c$
B) x^3+2x^2+x+c
C) $\frac{x^3}{3}+4x^2+4x+c$
D) x^3+2x^2+4x+c
E) $\frac{x^3}{3}+4x^2+4+c$

15. $\int \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx-\int \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^2}{2}+c$
B) $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+c$
C) $\frac{x^3}{3}+c$
D) $x+c$
E) $-x+c$

16. $\int \frac{(x-2)^2}{x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^2-2x+c
B) $\frac{x^2}{2}-4x+4\ln|x|+c$
C) $\frac{x^2}{2}-2x+4\ln|x|+c$
D) $x^2+4x+4\ln|x|+c$
E) $\frac{x^2}{2}-4x+\ln|x|+c$

1- B 2- C 3- D 4- A 5- E 6- C 7- E 8- C 9- D 10-E 11-B 12-E 13-B 14-A 15-E 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST 2

1. $\int (x^4+\cos x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^3+\sin x+c$
B) $4x^3-\sin x+c$
C) $\frac{x^5}{5}+\sin x+c$
D) $\frac{x^5}{5}-\sin x+c$
E) $\frac{x^5}{5}+\cos x+c$

2. $\int \sqrt[3]{x\sqrt{x^2\sqrt[3]{x}}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{18}{13}\cdot x^{\frac{13}{18}}+c$
B) $\frac{18}{31}\cdot x^{\frac{18}{31}}+c$
C) $\frac{13}{18}\cdot x^{\frac{13}{18}}+c$
D) $\frac{18}{31}\cdot x^{\frac{31}{18}}+c$
E) $x^{\frac{31}{18}}+c$

3. $\int (m+\sin x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $mx+\cos x+c$
B) $\frac{m^2}{2}-\cos x+c$
C) $m-\cos x+c$
D) $mx-\cos x+c$
E) $\frac{m^2}{2}+\sin x+c$

4. $\int (\sin x-\cos x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x-\cos x+c$
B) $2\cos x+c$
C) $\cos x-\sin x+c$
D) $\cos x+\sin x+c$
E) $-\cos x-\sin x+c$

5. $\int \frac{-dx}{\sqrt{1-x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan x+c$
B) $\arccos x+c$
C) $\cos x+c$
D) $\arcsin x+c$
E) $\sin x+c$

6. $\int \frac{\sin 2x}{\cos x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin x+c$
B) $2\sin x+c$
C) $2\cos x+c$
D) $-\cos x+c$
E) $-2\cos x+c$

7. $\int \frac{4}{\sin^2 x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\cot x+c$
B) $-4\sec x+c$
C) $-4\cot x+c$
D) $-4\tan x+c$
E) $4\tan x+c$

8. $\int (\sin x+\cos x)^2\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x+\frac{1}{2}\cos 2x+c$
B) $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos x+c$
C) $x-\frac{1}{2}\cos 2x+c$
D) $\frac{1}{2}\cos x+c$
E) $-\frac{1}{2}\cos 2x+c$

www.guryayinlari.com

9. $\int \left(\frac{-1}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) arctanx + arcsinx + c
B) arccotx + arcsinx + c
C) –arccotx + arcsinx + c
D) –arctanx + arccosx + c
E) arccotx + arccosx + c

10. $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2tanx + c
B) 2cotx + c
C) 2secx + c
D) tanx + c
E) 2cosx + c

11. $\int \sin^2 3x \, dx + \int \cos^2 3x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2x + c
B) x + c
C) $\frac{1}{3}\cos 2x + c$
D) $\frac{1}{6}\cos 6x + c$
E) $-\frac{1}{6}\sin 6x + c$

12. $\frac{d}{dx}\left(\int \arcsin x \, dx \right)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
B) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C) arcsinx
D) arccosx + c
E) $\frac{1}{\arccos x}$

13. $\int \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sinx + cosx + c
B) sinx – cosx + c
C) 2sinx + c
D) –sinx – cosx + c
E) 2cosx + c

14. $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x – sinx + c
B) x – cosx + c
C) cosx + c
D) sinx + c
E) x + sinx + c

15. $\int \frac{\cos 2x - 1}{\sin x} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2cosx + c
B) 2sinx + c
C) –2sinx + c
D) 2cosx + c
E) –cosx + c

16. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx + \int \cos^2 \frac{x}{2} dx + \int \cos x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x + cosx + c
B) x – cosx + c
C) x + sinx + c
D) x – sinx + c
E) x + sin2x + c

1- C	2- D	3- D	4- E	5- B	6- E	7- C	8- C	9- B	10-A	11-B	12-C	13-A	14-A	15-D	16-C

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST 3

1. $\int x^5 \cdot d(x^5)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^5 + c$
B) $5x^4 + c$
C) $x^{10} + c$
D) $\frac{x^{10}}{5} + c$
E) $\frac{x^{10}}{2} + c$

2. $\frac{d}{dx}\left[\int (x^4 - x) \, dx \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4x^3 - x$
B) $4x^3 - x^2$
C) $x^4 - x$
D) $x^4 + x$
E) $12x^2 - 1$

3. $\int \sqrt{x} \, d(\sqrt{x})$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x + c
B) $\sqrt{x} + c$
C) $2\sqrt{x} + c$
D) $\frac{x}{2} + c$
E) $\frac{\sqrt{x}}{2} + c$

4. $\int \cos^2 x \, d(\cos x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$
B) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$
C) $\cos^3 x + c$
D) $\frac{\cos^2 x}{2} + c$
E) $\frac{\cos^3 x}{2} + c$

5. $\frac{d^2}{dx^2}\left[\int d(\cos^2 x) \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –2cos2x
B) 2cos2x + c
C) 2sin2x
D) –2sin2x
E) –2cosx

6. $\frac{d}{dx}\left[\int d(\sin^2 x) \right]$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sin^2 x$
B) $\cos^2 x$
C) –2sinx + c
D) –sin2x
E) sin2x

7. $f(x) = \int d(x^3 - 2x)$

olduğuna göre, **f'(3) kaçtır?**

A) 11
B) 13
C) 17
D) 25
E) 27

8. $\int \frac{d(x^2 - 6x)}{x - 3}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 - 6x + c$
B) $x^2 + c$
C) –2x + c
D) 2x + c
E) x + c

9. $f: R \to R$ fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = 4x + 2$

$f(2) = 36$

olduğuna göre, **f(1) kaçtır?**

A) 20 B) 22 C) 25 D) 27 E) 28

10. $\int \frac{x^6}{f(x)}\,dx = \frac{x^6}{6} + c$

olduğuna göre, **$f(2) + f^{-1}(-4)$ kaçtır?**

A) –4 B) –3 C) –2 D) –1 E) 0

11. $\int 6x^2\, d(3x)$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2 + c$ B) $3x^3 + c$ C) $9x^2 + c$ D) $9x^3 + c$ E) $6x^3 + c$

12. $f'(x) = 6x - 4$

$f(2) = 8$

olduğuna göre, **f(1) kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. $\int x \cdot f(x+2)\,dx = x^3 + 6x^2 + c$

olduğuna göre, **f(3) kaçtır?**

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

14. $\int (x^4 - 2x^3 + 3x)\,dx = f(x) + x^2 - 2x + 1$

olduğuna göre, **f′(1) kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

15. $\int \frac{d(x^3 + 2x)}{(x^3 + 2x + 3)}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln|x^3 + 2x| + c$ B) $\ln|x^3 + 2x + 3| + c$

C) $x^3 + 2x + c$ D) $\ln|2x + 2| + c$

E) $(x^3 + 2x)^2 + c$

16.

Şekilde y = f(x) fonksiyonuna A noktasında d_1 doğrusu ve B noktasında d_2 doğrusu teğettir.

Buna göre, $\int_1^4 f''(x)\,dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{6}$

1- E 2- C 3- D 4- B 5- A 6- E 7- D 8- D 9- E 10-C 11-E 12-B 13-D 14-E 15-B 16-C

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral Alma Kuralları

TEST 4

1. **f** fonksiyonunun türevi

$f'(x) = 6x^3 + 4x - 2$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $3x^4 + 2x^2 + x + c$

B) $\frac{3}{2}x^4 + 2x^2 - 2x + c$

C) $3x^4 + x^2 - 2x + c$

D) $\frac{2}{3}x^4 + 2x^2 - x + c$

E) $\frac{3}{2}x^4 + 2x^2 + 4x + c$

2. $\int xf(x)\,dx = 4x^3 + 6x^2 + c$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) 12x B) 12

C) $x^3 + 2x^2 + 1$ D) $12x^2 + 12x$

E) 12x + 12

3. $f(x) = \int d(x^3 + x^2 - 2x + 5)$

eğrisinin A(1, 4) noktasındaki teğetinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) y = 2x + 2 B) y = 5x – 1 C) y = –3x + 7 D) y = 3x + 3 E) y = 3x + 1

4. $f''(x) = 36x^2$

$f'(1) = 6$

$f(1) = 2$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $3x^4 - 6x + 5$ B) $2x^4 - 8x^2 + 4$

C) $3x^4 - 4x^2 + 5$ D) $4x^4 - 6x^2 + 4$

E) $3x^4 - 6x^2 + 6$

5. $\frac{d\,f(x)}{dx} = 4x^3 + x^2 - x$

$f(1) = 9$

olduğuna göre, **f(–1) kaçtır?**

A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 8 D) $\frac{22}{3}$ E) 7

6. $\int \cos 2x\, d(\sin x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\cos x - \sin^3 x + c$ B) $\sin x + \sin^3 x + c$

C) $\sin x + \frac{2}{3}\sin^3 x + c$ D) $\cos x - \frac{2}{3}\sin^3 x + c$

E) $\sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x + c$

7. y = f(x) fonksiyonunun A(x, y) noktasındaki teğetinin eğimi x + 4 tür.

B(1, –4) noktası y = f(x) fonksiyonunun üzerinde olduğuna göre, **f(4) kaçtır?**

A) 14 B) $\frac{29}{2}$ C) $\frac{15}{2}$ D) $\frac{31}{2}$ E) 16

8. $\int \cos^2 x\, d(\tan x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan^2 x + c$ B) $\arctan(\tan x) + c$

C) $\arctan(\cos x) + c$ D) $-\arctan(\tan x) + c$

E) $\text{arccot}(\tan x) + c$

9. $f(x) = \int (2x^2 + 4x)\,dx$

fonksiyonu A(1, 6) noktasından geçtiğine göre, **f(2) kaçtır?**

A) 15 B) $\frac{52}{3}$ C) $\frac{50}{3}$ D) 16 E) $\frac{46}{3}$

10. $\int \frac{d(x^3-2)}{x^3}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x| + c$
B) $\ln|x^3| + c$
C) $\ln|x^3 - 2| + c$
D) $\ln|x^3 - 4| + c$
E) $x + \frac{1}{4x^4} + c$

11. f: R → R olmak üzere;

$f''(x) = 4$ ve f(x) fonksiyonunun (1, 2) noktasındaki teğetinin eğimi 6 ise, **f(x) aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?**

A) $4x^2 + 2x - 4$
B) $2x^2 + x - 1$
C) $2x^2 + 2x - 2$
D) $x^2 + x$
E) $2x^2 + 4x$

12. $\left(\frac{\pi}{6}, 4\right)$ noktasından geçen f(x) fonksiyonu için

$f'(x) = \sin 2x$ ise, **$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?**

A) 6 B) $\frac{23}{4}$ C) $\frac{11}{2}$ D) 5 E) $\frac{17}{4}$

13. Tanımlı f fonksiyonunun her x noktasındaki teğetinin eğimi, $(6x^3 + 4x - 2)$ dir.

y = f(x) fonksiyonu A(–1, 4) noktasından geçtiğine göre, **f(1) kaçtır?**

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

14. $\frac{1}{5} \cdot dy = (x^9 + x^4) \cdot dx$

olduğuna göre, **y = f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $x^9 + x^4 + c$
B) $x^{10} + 2x^5 + c$
C) $\frac{1}{2}(x^{10} + 2x^5) + c$
D) $\frac{1}{2}(x^{10} + x^5) + c$
E) $\frac{x^{10}}{4} + x^5 + c$

15. $\int \frac{x^2-2}{x^2} d(x^2+2)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x^2 + 2\ln|x^2| + c$
B) $x^2 + \ln|x^2| + c$
C) $x^2 - 2\ln|x^2 + 2| + c$
D) $x^2 + x - \ln|x^2| + c$
E) $x^2 - 2\ln|x^2| + c$

16. f: R → R olmak üzere,

$f''(x) = 6$ ve f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi –4 tür.

f(x) fonksiyonu (–1, 2) noktasından geçtiğini göre, **f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) $3x^2 - 10x - 11$
B) $x^2 + 4x + 5$
C) $2x^2 - 8x - 8$
D) $3x^2 + 10x + 9$
E) $2x^2 - 10x - 10$

1-B 2-E 3-E 4-A 5-B 6-E 7-D 8-B 9-C 10-B 11-C 12-E 13-B 14-C 15-E 16-A

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST 5

1. $\int (x+3)^4\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x + 3)^4 + c$
B) $4(x + 3)^2 + c$
C) $\frac{(x+3)^5}{5} + c$
D) $\frac{x^3}{3} + \frac{2x^2}{3} + x + c$
E) $\frac{4}{5}(x+3)^5 + c$

2. $\int 10x(x^2+4)^2\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{(x^2+4)^2}{2} + c$
B) $\frac{5}{3}(x^2+4)^3 + c$
C) $\frac{1}{4}(x^2+4)^2 + c$
D) $\frac{1}{3}(x^2+4)^3 + c$
E) $\frac{5}{6}(x^2+4)^3 + c$

3. $\int \frac{dx}{3x+7}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3x+7} + c$
B) $\frac{x}{3} + c$
C) $3\ln|3x + 7| + c$
D) $\ln|3x + 7| + c$
E) $\frac{1}{3}\ln|3x+7| + c$

4. $\int \frac{e^x}{e^x-3}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|e^x| + c$
B) $\frac{1}{e^x-3} + c$
C) $x - \frac{3}{e^x-3} + c$
D) $\ln|e^x - 3| + c$
E) $\ln|e^x - 3| - x + c$

5. $\int 8\sin(3-2x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\cos(3 - 2x) + c$
B) $2\cos(3 - 2x) + c$
C) $-4\cos(3 - 2x) + c$
D) $8\sin(3 - 2x) + c$
E) $16\cos(3 - 2x) + c$

6. $\int \frac{\arctan x}{1+x^2}\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\arctan x + c$
B) $(\arctan x)^2 + c$
C) $\frac{(\arctan x)^2}{2} + c$
D) $\frac{(1+x^2)^2}{2} + c$
E) $\frac{\arctan x}{x} + c$

7. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sqrt{x^2+2}}{x} + c$
B) $\sqrt{x^2+2} + c$
C) $-\sqrt{x^2+2} + c$
D) $2\sqrt{x^2+2} + c$
E) $2x + c$

8. $\int (e^x - e^{-x})\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x - e^{-x} + c$
B) $-e^x + e^{-x} + c$
C) $2e^x + c$
D) $e^x + e^{-x} + c$
E) $-e^x - e^{-x} + c$

9. $\int \tan x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\sin x| + c$
B) $\ln|\cos x| + c$
C) $-\ln|\cos x| + c$
D) $-\ln|\sin x| + c$
E) $\sin^2 x + c$

10. $\int \left(2\cos^2\frac{x}{2} - 1\right) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\sin\frac{x}{2} + c$
B) $\cos\frac{x}{2} + c$
C) $\cos x + c$
D) $\sin x + c$
E) $-\sin x + c$

11. $\int \cos(-3x+1) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{1}{3}\cos(-3x+1) + c$
B) $-3\sin(-3x+1) + c$
C) $\sin(-3x+1) + c$
D) $\frac{1}{3}\sin(-3x+1) + c$
E) $-\frac{1}{3}\sin(-3x+1) + c$

12. $\int \sqrt{\cos x} \cdot \sin x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{2}{3}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$
B) $\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$
C) $\frac{2}{3}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$
D) $-\frac{2}{3}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$
E) $\frac{3}{2}(\cos x)^{\frac{3}{2}} + c$

13. $\int (4\sin 2x - 6\cos 3x) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $4\cos 2x - 6\cos 3x + c$
B) $\cos 2x - 2\sin 3x + c$
C) $2\cos 2x - 2\sin 3x + c$
D) $2\cos 2x + 2\sin 3x + c$
E) $-2\cos 2x - 2\sin 3x + c$

14. $\int \frac{\sin x}{3 + \cos x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\cos x + 3| + c$
B) $-\ln|\cos x + 3| + c$
C) $\sin^2 x + c$
D) $-\ln|\cos x| + c$
E) $\frac{1}{\cos x + 3} + c$

15. $\int 4x(x^2 - 1)^3 \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x^2 - 1)^2 + c$
B) $2(x^2 - 1)^4 + c$
C) $\frac{(x^2 - 1)^4}{4} + c$
D) $-\frac{(x^2 - 1)^4}{2} + c$
E) $\frac{(x^2 - 1)^4}{2} + c$

16. $\int 4^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-4^{\cos^2 x} \cdot \ln 4 + c$
B) $4^{\cos^2 x} + c$
C) $-4^{\cos^2 x} + c$
D) $-\frac{4^{\cos^2 x}}{\ln 4} + c$
E) $\frac{4^{\cos^2 x}}{\ln 4} + c$

1- C 2- B 3- E 4- D 5- A 6- C 7- B 8- D 9- C 10- D 11- E 12- A 13- E 14- B 15- E 16- D

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST 6

1. $\int e^{-x^4} \cdot 4x^3 dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-e^{-x^4} + c$
B) $e^{x^4} + c$
C) $-e^{x^4} + c$
D) $e^{-x^4} + c$
E) $-4e^{-x^4} + c$

2. $\int (3^x - 2^x) \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3^{x+1}}{\ln 3} - \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + c$
B) $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{2^x}{\ln 2} + c$
C) $3^x \cdot \ln 3 - 2^x \cdot \ln 2 + c$
D) $\frac{2^x}{\ln 2} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$
E) $3^{x+1} - 2^{x+1} + c$

3. $\int \tan^2 x \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\tan x + c$
B) $\tan x - x + c$
C) $\tan x + x + c$
D) $\tan x - x^2 + c$
E) $\tan x + x^2 + c$

4. $\int f^5(x) \cdot f'(x) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $f^5(x) + c$
B) $f(x) + c$
C) $\frac{f^6(x)}{6} + c$
D) $\frac{f^5(x)}{5} + c$
E) $f^6(x) + c$

5. $\int \frac{\tan^2 x + 1}{2(1 + \tan x)} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2}\ln|1 + \tan^2 x| + c$
B) $\frac{1}{2}\ln|1 + \tan x| + c$
C) $\ln|1 + \tan x| + c$
D) $\frac{1}{2}\ln|\tan^2 x - 1| + c$
E) $\ln\left|\frac{1}{1 + \tan x}\right| + c$

6. $\int \frac{3}{4x\cos^2(\ln x)} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3}{4}\tan(\ln x) + c$
B) $\frac{1}{4}\tan(\ln x) + c$
C) $\frac{1}{2}\tan x + c$
D) $\frac{3}{4}\cot(\ln x) + c$
E) $\frac{3}{4}\cos(\ln x) + c$

7. $\int \frac{\cos(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x}} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2\sin(\sqrt{x} + 2) + c$
B) $\sin(\sqrt{x} + 2) + c$
C) $\cos(\sqrt{x} + 2) + c$
D) $-2\sin(\sqrt{x} + 2) + c$
E) $\frac{1}{2}\sin(\sqrt{x} + 2) + c$

8. $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-e^{\tan x} + c$
B) $e^{\tan x} + c$
C) $\ln|\cos^2 x| + c$
D) $\frac{e^{\tan x}}{\sin x} + c$
E) $2e^{\tan x} + c$

9. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{4}{3}} + c$ B) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{2}{3}} + c$

C) $\frac{3}{2}\sin^2 x + c$ D) $\frac{2}{3}\sin^2 x + c$

E) $\frac{3}{2}(\sin x)^{\frac{3}{2}} + c$

10. $\int \frac{3^x}{1+9^x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) arctanx + c B) $\arctan 3^x + c$

C) $\frac{\arctan 3^x}{3} + c$ D) $\frac{\arctan 3^x}{\ln 3} + c$

E) $\ln 3 \cdot \arctan 3^x + c$

11. $\int \frac{d(\sin x)}{\cos x}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ln |cosx| + c B) ln |sinx| + c

C) x + c D) arcsin(cosx) + c

E) arccos(sinx) + c

12. $\int \sin x \cdot \tan^2(\cos x)\, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) tan(cosx) – cosx + c

B) sinx – tan(cosx) + c

C) cosx + tan(ccosx) + c

D) sinx + tan(cosx) + c

E) cosx – tan(cosx) + c

13. $\int \frac{1}{\cos^2 4x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) cot4x + c B) tan4x + c

C) $\frac{\tan 4x}{4} + c$ D) 4tan4x + c

E) $\frac{\cot 4x}{4} + c$

14. $\int e^x(e^{3x} - 7e^{2x} + 1)\, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{4x} - e^{3x} + e^x + c$

B) $\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{7}{3}e^{3x} + e^x + c$

C) $\frac{1}{4}e^{4x} + \frac{7}{3}e^{3x} + e^x + c$

D) $e^{4x} + e^{3x} + e^x + c$

E) $\frac{1}{4}e^{4x} + \frac{e^{3x}}{3} + e^x + c$

15. $\int \frac{2\cos(\ln x)}{3x} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{2}{3}\sin(\ln x) + c$ B) 2cos(lnx) + c

C) sin(lnx) + c D) $\frac{2}{3}\sin(\ln x) + c$

E) 3sin(lnx) + c

16. $\int 2 \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot e^{\cos 2x}\, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{2}e^{\cos 2x} + c$ B) $\frac{1}{2}e^{\cos 2x} + c$

C) $2e^{\cos 2x} + c$ D) $\frac{1}{4}e^{\cos 2x} + c$

E) $-\frac{1}{4}e^{\cos 2x} + c$

1- A 2- B 3- B 4- C 5- B 6- A 7- A 8- B 9- A 10-D 11-C 12-E 13-C 14-B 15-D 16-A

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Değişken Değiştirme Yöntemi

TEST 7

1. **Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisi [0, 1] aralığında integrallenemez?**

A) $f(x) = x^2 - 1$ B) $f(x) = x^4$

C) $f(x) = \frac{1}{x-2}$ D) $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$

E) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

2. $\int \frac{dx}{x^2+4}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan\frac{x}{2} + c$ B) $2\arctan\frac{x}{2} + c$

C) $\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{2} + c$ D) $2\text{arccot}\frac{x}{2} + c$

E) $\frac{1}{2}\text{arccot}\frac{x}{2} + c$

3. $\int \frac{dx}{16+25x^2}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$ B) $\frac{1}{20}\arctan\left(\frac{4x}{5}\right) + c$

C) $\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$ D) $\frac{1}{20}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$

E) $\frac{1}{10}\arctan\left(\frac{5x}{4}\right) + c$

4. $\int \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}\arcsin 3x + c$ B) 3arcsin3x + c

C) arccos3x + c D) arcsin3x + c

E) –arcsin3x + c

5. $\int \frac{dx}{x^2+6x+10}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) arctanx + c B) arctan(x + 3) + c

C) $\arctan\left(\frac{x+3}{2}\right) + c$ D) $\arctan\left(\frac{x+3}{3}\right) + c$

E) $\arctan\frac{x}{3} + c$

6. $\int \frac{8x}{1+4x^4} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan(x^2) + c$ B) $\arctan(2x^2) + c$

C) $\frac{1}{2}\arctan(2x^2) + c$ D) $2\arctan(x^2) + c$

E) $2\arctan(2x^2) + c$

7. $\int \frac{dx}{\sqrt{25-16x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}\arcsin 4x + c$ B) $\frac{1}{4}\arcsin\frac{4x}{5} + c$

C) $\frac{1}{5}\arcsin\frac{5x}{4} + c$ D) $\frac{1}{4}\arcsin\frac{5x}{4} + c$

E) $\frac{1}{4}\arcsin 4x + c$

8. $\int \frac{dx}{x^2+10x+34}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}\arctan\frac{x}{3} + c$ B) $\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$

C) $\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$ D) $3\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$

E) $-\frac{1}{3}\arctan\left(\frac{x+5}{3}\right) + c$

9. $\int \frac{2x+1}{x^2+25}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2+25|+\frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5}+c$

B) $\ln|x^2+25|+x+c$

C) $\ln|x^2+25|+\arctan\frac{x}{5}+c$

D) $\ln|x^2+25|+5\arctan\frac{x}{5}+c$

E) $2\ln|x^2+25|+\frac{1}{5}\arctan\frac{x}{5}+c$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right)+c$

B) $\frac{1}{3}\arcsin 3x+c$

C) $\frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right)+c$

D) $3\arcsin 3x+c$

E) $-\frac{1}{3}\arcsin\left(\frac{3x}{2}\right)+c$

11. $\int \frac{x}{x^2-4x+5}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln(x^2-4x+5)+c$

B) $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+5|+2\arctan(x-2)+c$

C) $\ln|x^2-4x+5|+\arctan(x-2)+c$

D) $\frac{1}{2}\ln|x^2-4x+5|-2\arctan(x-2)+c$

E) $\ln|x^2-4x+5|+4\arctan(x-2)+c$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{-2x-x^2}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(x-1)^2+c$

B) $\arcsin(x+1)+c$

C) $\arctan(x+1)+c$

D) $\arcsin(x-1)+c$

E) $\arctan(x+1)^2+c$

13. $\int \frac{dx}{(x-3)^2+25}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right)+c$

B) $\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right)+c$

C) $5\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right)+c$

D) $5\arctan(x-3)+c$

E) $-\frac{1}{5}\arctan\left(\frac{x-3}{5}\right)+c$

14. $\int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+8x-15}}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arcsin(4-x)+c$

B) $4\arcsin(x-4)+c$

C) $\arcsin(x-4)+c$

D) $-\arcsin(x-4)+c$

E) $4\arcsin(4-x)+c$

15. $\int \frac{3^x\ln 3}{9^x-2\cdot 3^x+2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arctan 3^x+c$

B) $\arctan(3^x-2)+c$

C) $\arctan(3^x-1)+c$

D) $3\arctan(3^x-1)+c$

E) $\arctan(3^x+1)+c$

16. $\int \arcsin x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x\cdot\arcsin x-\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}+c$

B) $x\cdot\arcsin x+\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}+c$

C) $x\cdot\arcsin x-\sqrt{1-x^2}+c$

D) $\arcsin x+\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}+c$

E) $x\cdot\arcsin x+\sqrt{1-x^2}+c$

1- E 2- C 3- D 4- D 5- B 6- E 7- B 8- B 9- A 10-C 11-B 12-B 13-A 14-C 15-C 16-E

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Basit Kesirlere Ayırma Yöntemi

TEST 8

1. $\int \frac{x+3}{x+6}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x+2\ln|x+6|+c$

B) $x-3\ln|x+6|+c$

C) $x-\ln|x+6|+c$

D) $\frac{x^2}{2}-3\ln|x+6|+c$

E) $x-6\ln|x+6|+c$

2. $\int \frac{6x+1}{x(x-2)}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x|+\ln|x-2|+c$

B) $-\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{13}{2}\ln|x-2|+c$

C) $\frac{1}{2}\ln|x|+\frac{13}{2}\ln|x-2|+c$

D) $-\frac{1}{2}\ln|x|-\frac{13}{2}\ln|x-2|+c$

E) $-\frac{1}{4}\ln|x|+\frac{13}{4}\ln|x-2|+c$

3. $\int \frac{x-7}{x^2+x-2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln|x-1|-2\ln|x+2|+c$

B) $3\ln|x+2|-\ln|x-1|+c$

C) $6\ln|x+2|-2\ln|x-1|+c$

D) $3\ln|x+2|-2\ln|x-1|+c$

E) $3\ln|x+2|+2\ln|x-1|+c$

4. $\int \frac{2x-3}{x(x+1)(x-2)}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{5}{3}\ln|x+1|-\frac{1}{6}\ln|x-2|+c$

B) $\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{5}{3}\ln|x+1|+\frac{1}{6}\ln|x-2|+c$

C) $\frac{3}{2}\ln|x|-\frac{5}{3}\ln|x+1|+\frac{1}{6}\ln|x-2|+c$

D) $\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{5}{3}\ln|x+1|-\frac{1}{6}\ln|x-2|+c$

E) $\ln|x|+\frac{3}{2}\ln|x+1|+\frac{1}{6}\ln|x-2|+c$

5. $\int \frac{2x+1}{x^2-3x+2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $5\ln|x-1|-3\ln|x-2|+c$

B) $6\ln|x-2|-3\ln|x-1|+c$

C) $5\ln|x-2|-2\ln|x-1|+c$

D) $3\ln|x-2|-\ln|x-1|+c$

E) $5\ln|x-2|-3\ln|x-1|+c$

6. $\int \frac{x^3-1}{x^2+x+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^2-x+c

B) $\frac{x^2}{2}-x+c$

C) $\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}+c$

D) $3x^2+\frac{x}{2}+c$

E) $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+c$

7. $\int \frac{4}{x^2-9}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$

B) $\frac{2}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$

C) $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$

D) $2\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+c$

E) $\frac{2}{3}\ln\left|\frac{x+3}{x-3}\right|+c$

8. $\int \frac{x^3}{x+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x-\ln|x+1|+c$

B) $\frac{x^3}{3}-x-\ln|x+1|+c$

C) $\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+\ln|x+1|+c$

D) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+c$

E) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+x-\ln|x+1|+c$

9. $\int \frac{2x+3}{x^2+4}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2+4|+\frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2}+c$

B) $\ln|x^2+4|+3\arctan x+c$

C) $\ln|x^2+4|+\arctan x+c$

D) $\frac{1}{2}\arctan\frac{x}{2}+c$

E) $\frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2}+c$

10. $\int \frac{x^2-1}{\sqrt{x}+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{x^2}{2}-x+c$

B) $\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{x^2}{2}-x+c$

C) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-x^2-x+c$

D) $\frac{5}{2}x^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{x^2}{4}+x+c$

E) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\frac{x^2}{2}+x+c$

11. $\int \frac{x+3}{x^2+4x+4}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x+2|+\frac{2}{x+2}+c$

B) $\ln|x+2|-\frac{4}{x+2}+c$

C) $\ln|x+2|+\frac{1}{x+2}+c$

D) $\ln|x+2|-\frac{1}{x+2}+c$

E) $\ln|x+2|-\frac{3}{x+2}+c$

12. $\int \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x-3}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right|+c$

B) $-\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right|+c$

C) $-\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right|+c$

D) $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right|+c$

E) $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+3}\right|+c$

13. $\int \frac{x^2-4}{x^2+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $x-2\arctan x+c$

B) $2x-\arctan x+c$

C) $\ln|x^2+1|+c$

D) $x+5\arctan x+c$

E) $x-5\arctan x+c$

14. $\int \frac{3x^2+10x-24}{x^3-2x^2}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $2\ln|x-12|+\ln|x|-x+c$

B) $\ln|x-12|+\ln|x|-\frac{x}{2}+c$

C) $2\ln|x-2|+\ln|x|-\frac{12}{x}+c$

D) $\ln|x-2|+\ln|x|-\frac{6}{x}+c$

E) $2\ln|x-2|+\ln|x|-\frac{6}{x}+c$

15. $\int \frac{1}{1+3^x}\,dx+\int \frac{-9^x}{3^x+1}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{3^x+1}{\ln 3}+c$

B) $\frac{3^x}{\ln 3}-1+c$

C) 3^x-x+c

D) $x-\frac{3^x}{\ln 3}+c$

E) $\frac{x^2}{3}+x+c$

16. $\int \frac{x}{x^2-1}\,dx+\int \frac{2}{x^2-4}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x^2-1|+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

B) $2(\ln|x^2-1|+\ln|x^2-4|)+c$

C) $\frac{1}{4}\left(\ln|x^2-1|+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right)+c$

D) $2\left(\ln|x^2-1|+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right)+c$

E) $\frac{1}{2}\left(\ln|x^2-1|+\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right)+c$

1- B 2- B 3- D 4- C 5- E 6- B 7- B 8- A 9- A 10-A 11-D 12-E 13-E 14-C 15-D 16-E

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Trigonometrik Özdeşlikler Yardımıyla İntegral Alma

TEST 9

1. $\int \sin^3 x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{\cos^3 x}{3}+\cos x+c$

B) $\frac{\sin^3 x}{3}-\sin x+c$

C) $\frac{\cos^2 x}{2}-\cos x+c$

D) $\frac{\cos^3 x}{3}-\cos x+c$

E) $\frac{\cos^3 x}{3}+\cos x+c$

2. $\int \sin^2 x\cdot\sin 2x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^4 x}{2}+c$

B) $\frac{\sin^2 x}{2}+c$

C) $\sin^4 x+c$

D) $\frac{\cos^4 x}{4}+c$

E) $\frac{\sin^4 x}{4}+c$

3. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan x-\cot x+c$

B) $\tan x+\cot x+c$

C) $\cot x-\tan x+c$

D) $-\tan x-\cot x+c$

E) $\tan x-\sec x+c$

4. $\int \sin 4x\cdot\cos 4x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{16}\cos 8x+c$

B) $-\frac{1}{16}\cos 8x+c$

C) $\frac{1}{8}\cos 8x+c$

D) $-\frac{1}{16}\sin 8x+c$

E) $-16\cos 8x+c$

5. $\int (1+\cos 2x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin 2x}{2}-x+c$

B) $-\frac{\sin 2x}{2}+x+c$

C) $\frac{\cos 2x}{2}+x+c$

D) $\sin 2x+x+c$

E) $\frac{\sin 2x}{2}+x+c$

6. $\int (\cos 5x\cdot\cos 2x+\sin 5x\cdot\sin 2x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3}\sin 3x+c$

B) $\frac{1}{3}\cos 3x+c$

C) $\frac{1}{7}\sin 7x+c$

D) $-\frac{1}{7}\cos 7x+c$

E) $-\frac{1}{3}\sin 3x+c$

7. $\int \sin^2 x\cdot\cos^2 x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{16}\sin 4x+c$

B) $\frac{x}{16}-\frac{1}{16}\sin 4x+c$

C) $\frac{x}{8}-\frac{1}{32}\sin 4x+c$

D) $\frac{x}{8}+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

E) $\frac{x}{16}-\frac{1}{32}\sin 4x+c$

8. $\int \frac{\sin 2x+\sin 5x+\sin 8x}{\cos 2x+\cos 5x+\cos 8x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{5}\ln|\cos 5x|+c$

B) $5\ln|\cos 5x|+c$

C) $-\ln|\cos 5x|+c$

D) $5\ln|\sin 5x|+c$

E) $-\frac{1}{5}\ln|\cos 5x|+c$

9. $\int \sqrt{1-\sin 3x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{1-\sin 3x}+c$
B) $\frac{2}{3}\sqrt{1-\sin 3x}+c$
C) $\frac{1}{3}\sqrt{1+\sin 3x}+c$
D) $\sqrt{1+\sin 3x}+c$
E) $\frac{2}{3}\sqrt{1+\sin 3x}+c$

10. $\int (\sin 4x \cdot \cos 2x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x+\cos 2x\right)+c$
B) $-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x+\cos 2x\right)+c$
C) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\cos 6x+\cos 2x\right)+c$
D) $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\cos 6x+\cos 2x\right)+c$
E) $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\cos 6x-\cos 2x\right)+c$

11. $\int \sin^2 x\, d(\cot x)$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) arccot(cotx) + c
B) arctanx + c
C) arctan(cotx) + c
D) $\frac{1}{\sin x}+c$
E) $\frac{1}{2\sin x}+c$

12. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\cos^5 x}{5}+\frac{\cos^3 x}{3}+c$
B) $\frac{\cos^3 x}{3}-\cos x+c$
C) $\frac{\cos^5 x}{5}-\frac{\cos^3 x}{3}+c$
D) $\frac{\sin^5 x}{5}-\frac{\sin^3 x}{3}+c$
E) $\frac{\sin^5 x}{5}+\frac{\sin^3 x}{3}+c$

13. $\int (\tan^2 x-2)\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) tanx – 3x + c
B) tanx + 3x + c
C) $\frac{\tan^2 x}{2}-3x+c$
D) –tanx + 3x + c
E) –tanx – 3x + c

14. $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\sin^3 x}{3}-\frac{\sin^5 x}{5}+c$
B) $\frac{\sin^3 x}{3}+\frac{\sin^5 x}{5}+c$
C) $\frac{\sin^5 x}{5}-\frac{\sin^3 x}{3}+c$
D) $\frac{\cos^3 x}{3}-\frac{\cos^5 x}{5}+c$
E) $\frac{\cos^3 x}{3}+\frac{\cos^5 x}{5}+c$

15. $\int \sec^3 x \cdot \tan x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{3\cos^4 x}+c$
B) $-\frac{1}{3\cos^3 x}+c$
C) $\frac{1}{3\cos^3 x}+c$
D) $\frac{1}{\cos^3 x}+c$
E) $\frac{1}{2\cos^3 x}+c$

16. $\int \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\sqrt{2}\sin x+c$
B) $\sqrt{2}\cos x+c$
C) $-\sqrt{2}\cos x+c$
D) $-\sqrt{2}\sin x+c$
E) –cosx + c

1- D 2- A 3- B 4- B 5- E 6- A 7- C 8- E 9- E 10-B 11-C 12-C 13-A 14-A 15-C 16-C

1. $\int x \cdot \cos 2x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 2x • sin2x – cos2x + c
B) $\frac{x}{2}\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x+c$
C) –2x • sin2x + cos2x + c
D) sin2x + cos2x + c
E) $\frac{x}{2}\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+c$

2. $\int \arccos x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\arccos x \cdot x-\sqrt{1-x^2}+c$
B) $\arccos x-\sqrt{1-x^2}+c$
C) $\arccos x \cdot x+\sqrt{1-x^2}+c$
D) $\arccos x+\sqrt{1-x^2}+c$
E) $-\arccos x \cdot x-\sqrt{1-x^2}+c$

3. $\int \ln x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) lnx + c
B) lnx – x + c
C) xlnx – x + c
D) lnx + x + c
E) 1 – lnx + c

4. $\int \ln(x+2)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ln(x + 2) • (x + 2) + c
B) ln(x + 2) – x + c
C) ln(x + 2) + c
D) ln(x + 2) • (x + 2) + (x + 2) + c
E) ln(x+2) • (x + 2) – x + c

5. $\int x \cdot \sin x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) –xcosx – sinx + c
B) cosx – sinx + c
C) xcosx + sinx + c
D) –xcosx + sinx + c
E) xcosx – sinx + c

6. $\int \ln(4-x)\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) ln |x – 4| • (x + 4) – x + c
B) ln |x – 4| • (x – 4) – x + c
C) ln |x – 4| – x + c
D) ln |x – 4| • (x – 4) + c
E) ln |x – 4| • (x – 4) + x + c

7. $\int x^3 \cdot e^x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^x(x^2-3x+2)+c$
B) $e^x(x^3-2x^2-x+6)+c$
C) $e^x(x^3-3x^2-6x+6)+c$
D) $-e^x(x^3-3x^2+6x-6)+c$
E) $e^x(x^3-3x^2+6x-6)+c$

8. $\int x^2 \cdot \cos x\,dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) xsinx – 2cosx – sinx + c
B) $x^2\sin x+2x\cos x+2\sin x+c$
C) $x^2\sin x+2x\cos x-2\sin x+c$
D) $x^2\cos x+2x\sin x-\cos x+c$
E) $x^2\sin x+2x\cos x+4\sin x+c$

9. $\int e^x \cdot \sin x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{1}{2}(-e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x) + c$

B) $e^x \cos x - e^x \cdot \sin x + c$

C) $-2e^x \cos x + e^x \cdot \sin x + c$

D) $\frac{1}{2}(e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \sin x) + c$

E) $\frac{1}{2}(-e^x \cdot \cos x - e^x \cdot \sin x) + c$

10. $\int e^{\ln(x^2+x)} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $e^{x^2+x} + c$ B) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$ C) $x^2 + x + c$

D) $3x^2 + 2x + c$ E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + c$

11. $\int (2x+1) \cdot \sin x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\cos x(2x + 1) - 2\sin x + c$

B) $\cos x(2x + 1) - \sin x + c$

C) $-\cos x + \sin(2x + 1) + c$

D) $-\cos x(2x + 1) + 2\sin x + c$

E) $\cos x(2x + 1) + 2\sin x + c$

12. $\int e^{2x} \cdot \sin 4x \, dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{10}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

B) $e^{2x} \cdot \cos 4x + e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

C) $-\frac{2}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x - \frac{1}{2}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

D) $\frac{1}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{10}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

E) $-\frac{2}{5}e^{2x} \cdot \cos 4x + \frac{1}{4}e^{2x} \cdot \sin 4x + c$

13. $\int \frac{dx}{4x \cdot \ln x}$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|\ln x| + c$ B) $\frac{1}{4}\ln|\ln x| + c$

C) $2\ln|\ln x| + c$ D) $-\frac{1}{4}\ln|\ln x| + c$

E) $\frac{1}{2}\ln|\ln x| + c$

14. $\int 4x \cdot \tan^2(2x^2) \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\tan^2(2x^2) - 4x + c$

B) $\tan^2(2x^2) + 4x + c$

C) $\tan(2x^2) + 2x^2 + c$

D) $\tan(2x^2) - 2x^2 + c$

E) $\tan(2x^2) - 4x + c$

15. $\int xe^x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $xe^x + e^x + c$ B) $-xe^x + e^x + c$

C) $-xe^x - e^x + c$ D) $xe^x + c$

E) $xe^x - e^x + c$

16. $\int e^{-x} \cdot \sin x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$

B) $-e^{-x}(\sin x - \cos x) + c$

C) $-2e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$

D) $-\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x + \sin x) + c$

E) $-\frac{1}{2}e^{-x}(\cos x - \sin x) + c$

1- E 2- A 3- C 4- E 5- D 6- B 7- E 8- C 9- A 10-B 11-D 12-A 13-B 14-D 15-E 16-D

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST 11

1. $\int_a^b (2x - 1) \, dx = 36$

$a + b = 10$

olduğuna göre, **b – a kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $\int_{-1}^{a} (x - a) \, dx = 4a - \frac{57}{2}$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) –4 B) –3 C) –2 D) 3 E) 4

3. $\int_2^3 (ax^2 - 1) \, dx = 37$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 9

4. $\int_m^n (2x + 4) \, dx = 40$

$\int_m^n dx = 8$

olduğuna göre, **m + n ifadesinin sonucu kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 8

5. $\int_0^3 xa \, dx - \int_0^3 xa \, da$

integralinin değeri kaçtır?

A) 9(x - a) B) 4(x - a) C) $\frac{9}{2}(x - a)$

D) $\frac{9}{4}(a - x)$ E) $\frac{9}{2}(a - x)$

6. $f(x) = 3x + 1$

$g(x) = x^2 + 4$

olduğuna göre, $\int_{-1}^{3} [f(x) - g(x)] \, dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –10 B) $-\frac{29}{3}$ C) $-\frac{28}{3}$ D) $-\frac{25}{3}$ E) -8

7. $f(x) = 3x - 4$

$g(x) = -2x + 1$

olduğuna göre, $\int_1^2 (fog)(x)$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –12 B) –10 C) –8 D) –6 E) –4

8. $\int_0^1 (ax + 2b) \, dx = 36$

$\int_a^b dx = 8$

olduğuna göre, **a + b ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

9. $f(x) = 6x^2 + 2x - 1$

$g(x) = \begin{cases} x+1, & x > 1 \\ x-1, & x \le 1 \end{cases}$

olduğuna göre, $\int_0^3 (f+g)(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{145}{2}$ B) 70 C) $\frac{131}{2}$ D) 67 E) $\frac{127}{2}$

10. $\int_0^1 (x^{m+2} - x^{m+3})\,dx = \frac{1}{72}$

olduğuna göre, **m kaçtır?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

11. $k \neq 0$ olmak üzere,

$\left(\int_{-k}^{k} dx\right)^2 = \int_{-k}^{k} 2x^2\,dx$

olduğuna göre, **k kaçtır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

12. $\int_3^5 \frac{dx}{x^2}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{15}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

13. $\int_{\ln 3}^{\ln 6} e^{x+2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e^2 B) $2e^2$ C) $3e^2$ D) 3e E) 3

14. $\int_2^{\frac{2}{x}} \frac{dt}{t} = \ln 32$

olduğuna göre, **x değeri kaçtır?**

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{64}$ E) $\frac{1}{128}$

15. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2 - f(x)}{2x - 4} = \frac{1}{4}$

$f(x) = \int (ax - 2)\,dx$

olduğuna göre, **f(3) değeri kaçtır?**

A) $\frac{35}{3}$ B) $\frac{71}{6}$ C) 12 D) $\frac{73}{8}$ E) $\frac{71}{8}$

16. $\int_5^{17} f(x)\,dx = 48$

olduğuna göre, $\int_2^6 f(3x-1)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 48 B) 36 C) 24 D) 16 E) 12

1- C 2- E 3- D 4- A 5- E 6- C 7- B 8- D 9- C 10-C 11-B 12-A 13-C 14-C 15-E 16-D

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST 12

1. $\int_0^2 (x^2 - e^x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $4 - e$ B) $\frac{8}{3} - e^2$ C) $\frac{10}{3} + e$ D) $\frac{5}{3} - e^2$ E) $\frac{11}{3} - e^2$

2. $\int_{\ln 3}^{\ln 4} e^{4x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{175}{4}$ B) $\frac{173}{4}$ C) 41 D) $\frac{161}{4}$ E) 40

3. $\int_{-3}^{3} \frac{dx}{x^2 + 9}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{\pi}{2}$ B) $-\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{12}$

4. $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\pi$ B) $-\frac{3\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{12}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{4}$

5. $\int_0^4 \frac{dx}{16 + x^2}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{16}$

6. $\int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\ln\frac{3}{2}$ B) ln3 C) ln2 D) $\ln\frac{5}{2}$ E) 2ln2

7. $\int_0^{\sqrt{3}} 4x\sqrt{3 - x^2}\,dx$

integralinin eşiti kaçtır?

A) $6\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{3}$

8. $\int_0^1 (12x - 8)(6x^2 - 8x + 3)^2\,dx$

integralinin eşiti kaçtır?

A) $-\frac{26}{3}$ B) -8 C) $-\frac{22}{3}$ D) -7 E) $-\frac{19}{3}$

9. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) π B) $\frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $-\frac{\pi}{2}$ E) $-\frac{\pi}{4}$

10. $\int_{1}^{2} \frac{e^{\ln x}}{2x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

11. $\int_{0}^{1} x\cdot e^{x^2+2}\,dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^2-e B) e^3-e^2 C) $\frac{1}{4}(e^2-e)$ D) $\frac{1}{2}(e^3+e^2)$ E) $\frac{1}{2}(e^3-e^2)$

12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{\sin x}\cdot\cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) 1 C) e^2 D) e + 1 E) 1 − e

13. $\int_{e^2}^{e^4} \frac{dx}{2x(\ln x)^2}$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

14. $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi}{18}$ B) $\frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

15. $9\cdot\int_{0}^{2} \sqrt{1+t^3}\cdot t^2\,dt$

integralinin değeri kaçtır?

A) 52 B) 50 C) 48 D) 46 E) 44

16. $\int_{3}^{4} \frac{2}{x+4}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\ln\frac{5}{2}$ B) $\ln\frac{3}{2}$ C) $2\ln\frac{8}{7}$ D) $4\ln\frac{8}{7}$ E) $2\ln\frac{5}{7}$

1-E 2-A 3-A 4-C 5-E 6-A 7-B 8-A 9-C 10-A 11-E 12-E 13-C 14-D 15-A 16-C

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST 13

1. $\int_{2}^{e+1} \frac{x+2}{x-1}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e + 4 B) e C) 4 D) e + 2 E) 3

2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{(2+\sin x)^2}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{10}$

3. $\int_{0}^{\sqrt{3}} 2x^3\cdot\sqrt{x^2+1}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{118}{15}$ B) $\frac{116}{15}$ C) $\frac{112}{15}$ D) $\frac{106}{15}$ E) $\frac{98}{15}$

4. $\int_{0}^{1} 2x^2\cdot e^{x^3+1}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $2e^3-e$ B) $\frac{2}{3}(e^2-e)$ C) e^3-1 D) $\frac{1}{3}(e^3-e)$ E) $\frac{2}{3}(e-1)$

5. $\int_{0}^{\ln k} (e^x+64e^{-x})\,dx = 63$

olduğuna göre, **k kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sec^2 x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 1

7. $\int_{e}^{e^4} \left[\frac{d}{dx}(\ln x)\right] dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 3 C) 2 D) e^4 E) e^3

8. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \sin x\, d(\sin x)$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

www.guryayinlari.com

9. $\int_{2}^{4} d(x^2+x)$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

10. $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

olduğuna göre, $\int_{1}^{4} d(f(x))$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 1 E) $\frac{6}{5}$

11. $f(x)=\dfrac{3x-1}{x-2}$

olduğuna göre, $\int_{4}^{5} d(f^{-1}(x))$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $-\frac{5}{2}$ B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

12. $\dfrac{d}{dx}\int_{3}^{5} (x^5+x^3+x)\,dx$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\frac{13}{2}$ B) $\frac{11}{2}$ C) 5 D) 2 E) 0

13. $\int_{0}^{1} \dfrac{d(x^2+2)}{x^2+3}$

integralinin değeri kaçtır?

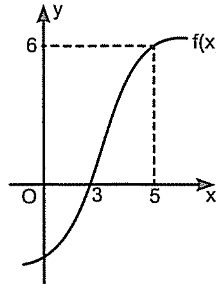
A) $\ln\frac{2}{3}$ B) $\ln 3$ C) $\ln\frac{4}{3}$ D) $\ln\frac{1}{3}$ E) $\ln\frac{4}{5}$

14. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} d(\cos x)$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1-\sqrt{3}$ B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ D) $\sqrt{3}+1$ E) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

15. Yanda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\int_{3}^{5} f'(x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

16. R → R ye sürekli bir f(x) fonksiyonu için

$\int_{2}^{4} f'(x)\cdot f''(x)\,dx=-16$ dır.

f(x) fonksiyonunun x = 4 noktasındaki teğetinin eğimi 2 ise, **x = 2 noktasındaki teğetinin eğimi aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) –8 B) –6 C) –4 D) –2 E) –1

1- D 2- E 3- C 4- B 5- E 6- A 7- B 8- B 9- D 10-B 11-A 12-E 13-C 14-E 15-D 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Belirli İntegral

TEST 14

1. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x-\cos x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+\cos 2x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-2\sqrt{2}$ B) $-\sqrt{2}$ C) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

3. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin^2 x}{1-\cos x}\,dx$

integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{4}+\sqrt{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D) $\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,dx+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\pi^2}{4}$ B) $\frac{3\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi}{10}$ D) $\frac{\pi}{12}$ E) $\frac{\pi}{6}$

5. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cdot\cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) $\frac{3}{2}$ E) 2

6. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}-2}{2}$ B) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}+2}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

7. $0<k\le\frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{k} (\sin x-\cos x)\,dx=-\sqrt{2}-1$

olduğuna göre, **k nedir?**

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{2}$

8. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin x\cdot\cos y\,dx=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

olduğuna göre, **y dar açısı kaç radyandır?**

A) $\frac{\pi}{12}$ B) $\frac{\pi}{8}$ C) $\frac{\pi}{6}$ D) $\frac{\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{3}$

9. $f(x)=\int \frac{1+\sin^3 x}{\sin^2 x}\,dx$ integrali için $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ ise

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ **değeri kaçtır?**

A) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{4-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

D) $\frac{4+\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$

10. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1-\cos 8x}\,dx$

integralinin eşiti kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{12}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

11. $f(x) = \sin x - \cos x$

$g(x) = \sin x + \cos x$

olduğuna göre, $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (f \cdot g)(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $-\sqrt{3}$ B) $\frac{-3\sqrt{3}}{4}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$

12. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} 4\cos 5x \cdot \cos x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

13. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+\sin 2x}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

14. $\int_{e}^{e^2} \ln x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) e^2-1 B) e^2-e C) e^2+e D) e^2 E) $2e^2$

15. $\int_{1}^{e} x\ln x\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $2e^2$ B) $\frac{3e^2}{2}$ C) e^2+1

D) $\frac{e^2+1}{2}$ E) $\frac{e^2+1}{4}$

16. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} x\cos x\,dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}\pi-1}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}\pi-3}{6}$ C) $\frac{\pi-1}{2}$

D) $\frac{\sqrt{3}\pi+1}{6}$ E) $\frac{\sqrt{2}\pi-1}{6}$

1- E 2- D 3- E 4- D 5- A 6- E 7- D 8- C 9- E 10-C 11-C 12-D 13-E 14-D 15-E 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Mutlak Değer Fonksiyonunun İntegrali

TEST 15

1. $\int_{0}^{4} |x-3|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $\int_{1}^{3} |x^2+1|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) $\frac{32}{3}$ E) $\frac{35}{3}$

3. $\int_{-1}^{3} (|x|+|x-3|)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

4. $\int_{0}^{3} (|x|+|x-1|)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

5. $\int_{0}^{\pi} (\sin x+|\cos x|)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

6. **Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?**

A) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\sin x|\,dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x\,dx$

B) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} |\cos x|\,dx = -\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$

C) $\int_{0}^{\pi} |\cos x|\,dx = \int_{0}^{\pi} \cos x\,dx$

D) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x|\,dx = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \sin x\,dx$

E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} |\tan x|\,dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \tan x\,dx$

7. $\int_{4}^{6} |x-3|\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $\int_{-1}^{2} \left(\frac{|x|}{x}+1\right)dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $\int_{-4}^{-2} |x-2|\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

10. $\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} (\cos x + |\cos x|)\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

11. $\int_{\pi}^{2\pi} |\sin x|\, dx$

integralinin eşiti kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

12. $\int_{0}^{3\pi} (|\sin x| - \cos x)\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

13. $\int_{2}^{4} |x^2 - 3x + 2|\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) 3

14. $f(x) = \int \frac{|x-4|}{x+2}\, dx$

olduğuna göre, **$f'(-4) + f'(6)$ kaçtır?**

A) –4 B) $-\frac{15}{4}$ C) $-\frac{7}{2}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

15. $\int_{0}^{\pi} (|\cos x| - |\sin x|)\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

16. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (\sin x + |\cos x|)\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

1- B 2- D 3- D 4- B 5- E 6- D 7- C 8- C 9- C 10-B 11-D 12-E 13-B 14-B 15-C 16-D

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Dönüşüm

TEST 16

1. $\int_{1}^{2} \frac{e^{2x}+1}{e^x-1}\, dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{e}^{e^2} \frac{t^2}{t^2-1}\, dt$ B) $\int_{1}^{2} \frac{t^2-1}{t}\, dt$ C) $\int_{1}^{e} \frac{t^2}{t^2-1}\, dt$

D) $\int_{e}^{e^2} \frac{t^2+1}{t^2-t}\, dt$ E) $\int_{e}^{e^2} \frac{t^2+1}{t-1}\, dt$

2. $\int_{0}^{2} \sqrt{4-x^2}\, dx$

integralinde $x = 2\sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{0}^{2} 4\cos^2 t\, dt$ B) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t\, dt$ C) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t\, dt$

D) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} 4\sin^2 t\, dt$ E) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t\, dt$

3. $\int_{1}^{256} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x}+1}\, dx$

integralinde $x = t^8$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{1}^{2} \frac{t^{11}}{t^2+1}\, dt$ B) $\int_{1}^{2} \frac{t^4}{t^2+1}\, dt$ C) $\int_{1}^{2} \frac{4t^{11}}{t^2+1}\, dt$

D) $\int_{1}^{2} \frac{8t^7}{t^2+1}\, dt$ E) $\int_{1}^{2} \frac{8t^{11}}{t^2+1}\, dt$

4. $\int_{0}^{3} \sqrt{9-x^2}\, dx$

integralinde $x = 3\cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin^2 t\, dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -9\sin^2 t\, dt$

C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -9\sin^2 t\, dt$ D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 9\cos^2 t\, dt$

E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} -3\sin^2 t\, dt$

5. $\int_{4}^{9} \frac{x^2+1}{x}\, dx$

integralinde $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{2}^{3} \frac{u^4+1}{u}\, du$ B) $\int_{4}^{9} \frac{u^4+1}{u}\, du$

C) $\int_{2}^{3} \frac{2(u^4+1)}{u^2}\, du$ D) $\int_{4}^{9} \frac{2(u^4+1)}{u}\, du$

E) $\int_{2}^{3} \frac{2(u^4+1)}{u}\, du$

6. $\int_{1}^{3} \frac{2x+1}{x-3}\, dx$

integralinde $t = x + 2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{3}^{5} \frac{2t-3}{t-4}\, dt$ B) $\int_{1}^{3} \frac{t-3}{t-5}\, dt$ C) $\int_{3}^{5} \frac{2t-1}{t-4}\, dt$

D) $\int_{3}^{5} \frac{2t-3}{t-5}\, dt$ E) $\int_{1}^{3} \frac{2t-3}{t-5}\, dt$

7. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos x\, dx$

integralinde $t = \sin x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{1} t^3\, dt$ B) $\int_{1}^{\frac{1}{2}} -t^2\, dt$ C) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} t^3\, dt$

D) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} t^2\, dt$ E) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} (t^3+1)\, dt$

8. $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (e^{3x} - e^{2x})\, dx$

integralinde $t = e^x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{4}^{6} (t^2 - t)\, dt$ B) $\int_{4}^{6} (t-1)\, dt$ C) $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (t-1)\, dt$

D) $\int_{4}^{6} (t^3 - t^2)\, dt$ E) $\int_{\ln 4}^{\ln 6} (t^2 - t)\, dt$

www.guryayinlari.com

9. $\int_{e}^{e^2} \frac{d(\ln x)}{2+x}$

integralinde $t = \ln x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{1}^{2} \frac{dt}{2+e}$ B) $\int_{1}^{2} \frac{dt}{1+e^2}$ C) $\int_{0}^{2} \frac{dt}{2+e^t}$

D) $\int_{e}^{e^2} \frac{dt}{2+e^t}$ E) $\int_{1}^{2} \frac{dt}{2+e^t}$

10. $\int_{25}^{36} \frac{x}{\sqrt{x}+1} dx$

integralinde $x = t^2$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{5}^{6} \frac{t^3}{t+1} dt$ B) $\int_{5}^{6} \frac{2t^3}{t+1} dt$ C) $\int_{5}^{6} \frac{t^2}{t+1} dt$

D) $\int_{25}^{36} \frac{t^3}{t+1} dt$ E) $\int_{25}^{36} \frac{2t^3}{t+1} dt$

11. $\int_{2}^{4} 3x \, d\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$

integralinde $t = \frac{x+1}{x+2}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \frac{3(2t-1)}{1-t} dt$ B) $\int_{\frac{3}{4}}^{\frac{5}{6}} \frac{2(2t-1)}{1-t} dt$

C) $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2t+1}{t-2}\right) dt$ D) $\int_{\frac{2}{3}}^{\frac{3}{2}} \left(\frac{2t+1}{t-1}\right) dt$

E) $\int_{\frac{3}{4}}^{\frac{5}{6}} \frac{3(2t-1)}{1-t} dt$

12. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos^3 x \, dx$

integralinde $t = \sin x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2+1) dt$ B) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2-1) dt$

C) $\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t^2-1) dt$ D) $\int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} (t+1) dt$

E) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{1}{2}} (t^2+1) dt$

13. $\int_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}}$

integralinde $x = \cos t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{d(\cos^2 t)}{\cos t}$ B) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin t}$ C) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\cos^2 t)}{\sin t}$

D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin^2 t}$ E) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin^2 t)}{\sin t}$

14. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1+\cos x}$

integralinde $t = \tan\frac{x}{2}$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} t \, dt$ B) $\int_{1}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dt$ C) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{1} \cos t \, dt$

D) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin t \, dt$ E) $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1} dt$

15. $\int_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x) \, dx$

integralinde $t = \arccos x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t \, dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \, dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos^2 t \, dt$

D) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \cos t \, dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t \, dt$

16. $\int_{2}^{\frac{2\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{4+x^2}}$

integralinde $x = 2\tan t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \cot t \, dt$ B) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{4\sin^2 t} dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin t}{\cos^2 t} dt$

D) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{2\sin^2 t} dt$ E) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos t}{\sin^2 t} dt$

1- D 2- B 3- E 4- C 5- E 6- D 7- C 8- A 9- E 10-B 11-E 12-B 13-B 14-E 15-B 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

İntegral İşareti Altında Türev Alma

TEST 17

1. $F(x) = \int_{x^2}^{x^3} (t^2 - t)dt$

olduğuna göre, **$F'(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $2x^8 + 4x^5 - x^3$ B) $3x^8 - 5x^5 + 2x^3$

C) $3x^8 + 5x^5 - 2x^3$ D) $2x^7 - 3x^4 + 2x^2$

E) $4x^7 - 5x^5 - 2x^3$

2. $\frac{d}{du}\left(\int_{0}^{4u^2} \cos 2x \, dx\right)$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\sin(4u^2) \cdot 4u^2$ B) $\cos(8u^2) \cdot 8u$

C) $\cos(4u^2) \cdot 4u^2$ D) $\cos 8u^2$

E) $\cos(8u^2) \cdot 4u^2$

3. $\frac{d}{dx}\left(\int_{\cos x}^{1} u^3 \, du\right)$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $\cos^3 x \cdot \sin x$ B) $\sin^3 x \cdot \cos x$

C) $-\cos^3 x \cdot \cos x$ D) $-\sin^3 x \cdot \cos x$

E) $\cos^3 x \cdot \cos x$

4. $f(x) = \int_{0}^{\sin x} t \, dt$

olduğuna göre, **$f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. $f(x) = \int_{x^2}^{x^3} e^{2t} \, dt$

olduğuna göre, **$f'(1)$ kaçtır?**

A) e B) 2e C) $e^2 - 1$ D) $e^2 + 2$ E) e^2

6. $F(x) = \int_{2x}^{x^3} (t^2 - 2t) \, dt$

olduğuna göre, **$F'(-1)$ ifadesinin değeri kaçtır?**

A) –11 B) –10 C) –9 D) –8 E) –7

7. $F(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} u \, du$

olduğuna göre, **$F'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ kaçtır?**

A) $-\frac{\sqrt{3}}{9}$ B) $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ C) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $-\sqrt{3}$

8. $f(x) = \int_{\sin x}^{\cos x} \log_4 t \, dt$

olduğuna göre, **$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ kaçtır?**

A) $-\sqrt{2}$ B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

9. $F(x)=\int_{2}^{\ln x^2} e^{3t}\,dt$

olduğuna göre, **F′(e) kaçtır?**

A) $2e^5$ B) e^5 C) $2e^6$ D) 6e E) 12e

10. $\frac{d^2}{dx^2}\left(\int_{1}^{4x} \cos u\,du\right)$

ifadesinin eşiti nedir?

A) –64sin4x B) –16cos4x C) 4cos4x D) 16sin4x E) –16sin4x

11. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}\left[\frac{d}{dt}\left(\int_{0}^{t}\sin 4x\,dx\right)\right]dt$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

12. $f(x)=\int_{x}^{x^4+1}(t+2)\,dt$

olduğuna göre, **f(x) fonksiyonunun x = 1 noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?**

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

13. f: R → R fonksiyonunun her noktasında teğetinin eğimi, o noktanın apsisinin kübünden 6 fazladır.

f(0) = 8 olduğuna göre, **f(–1) kaçtır?**

A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{11}{4}$ D) 3 E) $\frac{13}{4}$

14. $\frac{d^{15}}{dx^{15}}\left[\int_{2}^{x^3}(t^4+1)\,dt\right]$

integralinin değeri kaçtır?

A) 0 B) 3 • 13! C) 14! D) 3 • 14! E) 14!

15. $\frac{d^{11}}{dx^{11}}\int_{1}^{x}(t^2+t+1)\,dt$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) x^2+x+1 B) x^2+x C) 2x + 1 D) 2 E) 0

16. $\int_{0}^{2}\frac{d^3}{dx^3}\left(\int_{x}^{x^2} t^2\,dt\right)dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 140 B) 144 C) 148 D) 152 E) 156

1- B 2- B 3- A 4- C 5- E 6- E 7- D 8- C 9- A 10-E 11-B 12-B 13-A 14-D 15-E 16-E

İNTEGRAL
Belirli İntegral
TEST 18

1. $f(x)=\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}}\frac{2}{1+x^2}\,dx$

şeklinde tanımlanan f(x) fonksiyonu için $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{3}$

2. f(–1) = 2 ve f(2) = 3 olduğuna göre,

$\int_{-1}^{2} f^4(x)\cdot f'(x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{211}{5}$ B) 42 C) $\frac{208}{5}$ D) 41 E) $\frac{203}{5}$

3. a < b < c olmak üzere,

$\int_{a}^{b} 2f(x)\,dx=12$ ve $\int_{c}^{b} 3f(x)\,dx=21$

olduğuna göre, $\int_{a}^{c} 5f(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –3 B) –5 C) –6 D) –8 E) –10

4. y = f(x) tek fonksiyondur.

$\int_{-8}^{0} f(x)\,dx=6$

olduğuna göre, $\int_{-8}^{8} f(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –12 B) –6 C) 0 D) 6 E) 12

5. y = f(x) çift fonksiyondur.

$\int_{-3}^{0} f(x)\,dx=5$

olduğuna göre, $\int_{3}^{-3} f(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –10 B) –5 C) 0 D) 5 E) 10

6. f(–x) + f(x) = 0 olduğuna göre,

$\int_{-7}^{7} f(x)\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –14 B) –7 C) 0 D) 7 E) 14

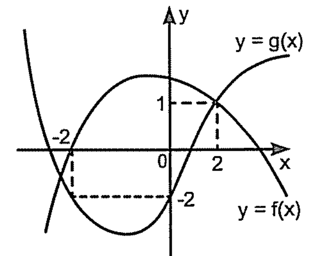
7. y = f(x) fonksiyonu tek fonksiyondur.

$\int_{-8}^{4} f(x)\,dx=-10$ ve $\int_{-4}^{0} f(x)\,dx=-6$

olduğuna göre, $\int_{0}^{8} f(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –16 B) –8 C) 0 D) 8 E) 16

8. Şekilde grafiği verilen R de türevli iki fonksiyon f ve g dir.



Buna göre,

$\int_{-2}^{2}\frac{f'(x)}{g(x)}\,dx-\int_{-2}^{2}\frac{g'(x)\cdot f(x)}{g^2(x)}\,dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

9. y = f(x) fonksiyonunun A(–2, 2) ve B(1, 3) noktalarındaki teğetlerin eğimleri sırası ile (–4) ve 6 dır.

Buna göre, $\int_{-2}^{1} d(f(x)+f'(x))$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

10. $f(n)=\sqrt{3}$ ve $f(m)=1$ olduğuna göre,

$$\int_{m}^{n} \frac{4f'(x)}{1+f^2(x)}\,dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) π

11. Şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$\int_{0}^{4} [f'(x)+2x-1]\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

12. $f(x)=\int (8x^3+2x)\,dx$

fonksiyonu A(1, 4) noktasından geçtiğine göre, **f(-2) ifadesinin değeri kaçtır?**

A) 37 B) 35 C) 33 D) 31 E) 29

13. Yanda y = f(x) fonksiyonunun grafiği ile x = –2 ve x = 4 noktalarındaki teğetleri çizilmiştir.

Buna göre, $\int_{-2}^{4} f'(x)\cdot f''(x)\,dx + \int_{-2}^{4} f'(x)\,dx$ **ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $-\frac{5}{2}$ B) $-\frac{9}{4}$ C) -2 D) $-\frac{7}{4}$ E) $-\frac{3}{2}$

14. $f(x)=\int_{0}^{x} (4t+1)\,dt$

şeklinde tanımlanan f(x) fonksiyonu için

$\int_{1}^{3} \frac{f(u)}{u}\,du$ **değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

15. y = f(x) fonksiyonunun A(–1, 2) ve B(2, 4) noktalarındaki teğetlerinin eğimleri sırası ile (–3) ve 5 dir.

Buna göre, $\int_{-1}^{2} (f'(x)+f''(x))\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 5 B) 8 C) 10 D) 13 E) 15

16. Şekilde grafiği verilen R de türevli iki fonksiyon f ve g dir.

Buna göre, $\int_{-3}^{2} f'(x)\cdot g(x)\cdot dx + \int_{-3}^{2} f(x)\cdot g'(x)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) –3 B) –4 C) –5 D) –6 E) –8

www.guryayinlari.com

1- E 2- A 3- B 4- C 5- A 6- C 7- E 8- C 9- E 10-C 11-D 12-A 13-C 14-D 15-C 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST 19

1. Şekilde, x = 5 ve y = x – 2 doğrularının grafiği çizilmiştir. Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?**

A) $\int_{0}^{5} (x-2)\,dx$ B) $\int_{2}^{5} (x-7)\,dx$ C) $\int_{2}^{5} (x-2)\,dx$ D) $\int_{0}^{5} (x-7)\,dx$ E) $\int_{-2}^{5} (x-2)\,dx$

2. Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?**

A) $\int_{-2}^{4} (f(x)-x)\,dx$ B) $\int_{-2}^{4} (x-f(x))\,dx$ C) $\int_{-2}^{4} -f(x)\,dx$ D) $\int_{-2}^{4} f(x)\,dx$ E) $\int_{-2}^{4} xf(x)\,dx$

3. Şekilde, y = f(x) fonksiyonunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**

A) $\int_{0}^{6} (x^2-6x)\,dx$ B) $\int_{6}^{0} (6x-x^2)\,dx$ C) $\int_{0}^{6} \left(\frac{-2x^2}{3}-4x\right)dx$ D) $\int_{-6}^{0} \left(4x-\frac{2x^2}{3}\right)dx$ E) $\int_{0}^{6} \left(4x-\frac{2x^2}{3}\right)dx$

4. Şekilde, y = f(x) parabolü ile y = 4x doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**

A) $\int_{0}^{3} (x^2-8x+9)$

B) $\int_{0}^{2} 4x\,dx$

C) $\int_{0}^{2} (x^2-6x+9)\,dx$

D) $\int_{0}^{1} 4x\,dx + \int_{1}^{3} (x^2-6x+9)\,dx$

E) $\int_{0}^{1} 4x\,dx + \int_{1}^{3} (-x^2+6x-9)\,dx$

5. Yandaki şekilde y = f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$S_1 + S_2 = 10$

$\int_{-5}^{4} f(x)\,dx = 6$

olduğuna göre, $\int_{0}^{4} f(x)\,dx$ **kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 2 E) 4

6. Yanda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_{-4}^{3} f(x)\,dx = \frac{9}{2}$

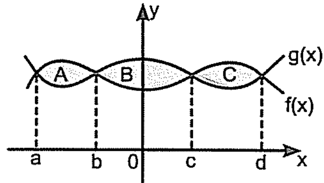
$A_1 = \frac{5}{4}$ br²

olduğuna göre, **A_2 kaç br² dir?**

A) $\frac{23}{4}$ B) $\frac{11}{2}$ C) $\frac{21}{4}$ D) 5 E) $\frac{19}{4}$

www.guryayinlari.com

7. Yandaki şekilde, eğriler arasındaki taralı alanlar

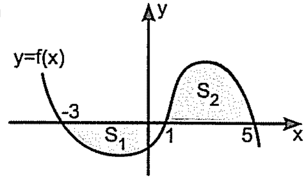


$A = 5$ br²
$B = 6$ br²
$C = 4$ br²

olduğuna göre, $\int_a^d [f(x)-g(x)]\,dx$ **integralinin eşiti kaçtır?**

A) 15 B) 3 C) −4 D) −3 E) −15

8. Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir. S_1 ve S_2 alanları arasında



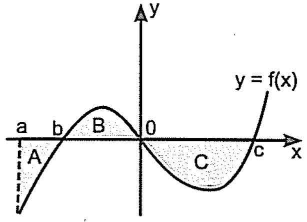
$3S_1 = 10S_2$

bağıntısı vardır.

$\int_{-3}^{5} f(x)\,dx = -28$ ise **S_1 kaç br² dir?**

A) 60 B) 48 C) 40 D) 36 E) 20

9. Yanda $y = f(x)$ in grafiği verilmiştir. A, B, C içine yazıldıkları bölgelerin alanları olmak üzere



$\int_a^c f(x) = -3$, $A = 4$ br² , $B = 6$ br² ,

olduğuna göre, $\int_0^c f(x)\,dx$ **kaçtır?**

A) −6 B) −5 C) −4 D) −3 E) −2

10. $y = x^2 + 3$ eğrisi, $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 15 B) $\frac{44}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) 14 E) 13

11. $f(x) = x^2 - 1$ parabolü, $x = 2$, $x = 3$ doğruları ve Ox ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 6 B) $\frac{17}{3}$ C) $\frac{16}{3}$ D) 5 E) $\frac{14}{3}$

12. $y = x^3$ eğrisi, $x = 1$, $x = -2$ ve Ox ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{11}{4}$ B) 3 C) $\frac{13}{4}$ D) $\frac{15}{4}$ E) $\frac{17}{4}$

13. $y = x^3$ eğrisi ile $y = 9x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgelerin alanları toplamı kaç br² dir?

A) 0 B) $\frac{81}{4}$ C) $\frac{81}{2}$ D) $\frac{9}{2}$ E) 9

14. $y = e^x$ eğrisi, $y = e^3$ doğrusu ve $x = 0$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $3e^3 - 1$ B) $2e^3 + 1$ C) $2e^3 - 1$ D) $2e^3 - e$ E) $2e^3 + 2$

15. $y = x + 2$ doğrusu ile $y = x^2 - x + 2$ parabolü arasında kalan bölgenin alan kaç br² dir?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) 1 D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

16. Analitik düzlemde $y = x^3 + 2$ eğrisi ile $x = 0$, $y = 0$ ve $x = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

1- C 2- D 3- E 4- D 5- A 6- A 7- B 8- C 9- B 10-B 11-C 12-E 13-C 14-B 15-B 16-D

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST 20

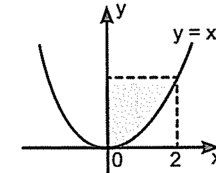
1. Analitik düzlemde $x = y^2 + 2$ eğrisi, y ekseni $y = 1$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 5 B) $\frac{14}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) 4 E) $\frac{10}{3}$

2. Analitik düzlemde $y = \frac{2}{x}$ eğrisi, $y = 6$ ve $x = 4$ doğruları ve eksenler arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

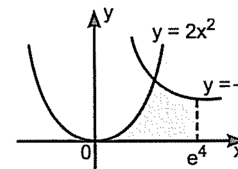
A) 12 B) 10 C) 4+ 2ln12 D) 2 + 2ln12 E) 2 + ln12

3. Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) $\frac{8}{3}$ B) 4 C) 5 D) $\frac{16}{3}$ E) 6

4. Şekilde $y = 2x^2$ ve $y = \frac{2}{x}$ fonksiyonları $x = e^4$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan taralı alan kaç br² dir?



A) $\frac{26}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 8 D) $\frac{23}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

5. Analitik düzlemde $y = x^2 + 4$ eğrisi, $x + y = 6$ doğrusu ve y ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{7}{6}$ B) 1 C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

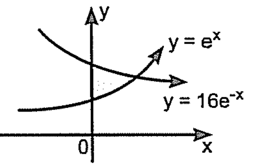
6. Analitik düzlemde $y = x^3 - 1$ eğrisi, $x = 3$ doğrusu ve x ekseni arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 48 B) 40 C) 36 D) 24 E) 18

7. $y = \cos x$, $x = \pi$ ve $y = 0$ ile sınırlanan kapalı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) −1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

8. Şekilde $y = e^x$, $y = 16e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y − ekseniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?



A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

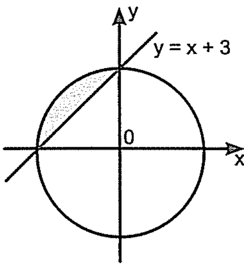
9. $y = x^2 + 2$ parabolü ile $y = 6$ doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 4 B) 6 C) $\frac{20}{3}$ D) $\frac{26}{3}$ E) $\frac{32}{3}$

10. Analitik düzlemde $x = y^2 - 3y - 4$ eğrisi, y ekseni $y = 0$ ve $y = 2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{40}{3}$ B) 13 C) 12 D) $\frac{35}{3}$ E) $\frac{34}{3}$

11. **Yanda, 0 merkezli çember ile $y = x + 3$ doğrusunun grafiği verilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_0^3 \left[(x+3)-\left(\sqrt{9-x^2}\right)\right] dx$

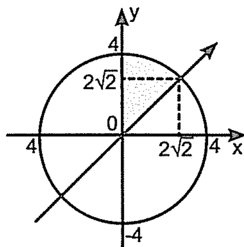
B) $\int_0^3 \left[(y+3)-\sqrt{9-y^2}\right] dy$

C) $\int_0^3 \left[\sqrt{9-y^2}-(y+3)\right] dy$

D) $\int_0^3 \left[(y-3)-\sqrt{9-y^2}\right] dy$

E) $\int_0^3 \left(y-3+\sqrt{9-y^2}\right) dy$

12. **Şekildeki taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}\, dx$

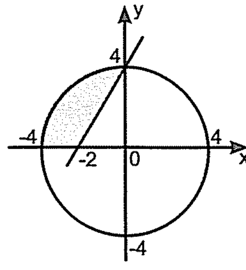
B) $\int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{16-x^2}\, dx$

C) $\int_0^{2\sqrt{2}} \left(x-\sqrt{16-x^2}\right) dx$

D) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-x^2}-x\right) dx$

E) $\int_0^{2\sqrt{2}} \left(\sqrt{16-x^2}-x\right) dx$

13. **Şekildeki taralı bölgeyi aşağıdaki integrallerden hangisi ifade eder?**



A) $\int_0^4 \left(\frac{y-4}{2}-\sqrt{16-y^2}\right) dy$

B) $\int_{-2}^0 \left[\sqrt{16-x^2}-(2x+4)\right] dx$

C) $\int_{-2}^0 \left[(2x+4)-\sqrt{16-x^2}\right] dx$

D) $\int_0^4 \left(\frac{y-4}{2}+\sqrt{16-y^2}\right) dy$

E) $\int_0^4 \left[\sqrt{16-y^2}-\left(\frac{y-4}{2}\right)\right] dy$

14. $\int_0^{10\pi} |\cos x|\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 40 B) 30 C) 20 D) 10 E) 0

15. $\int_0^4 \left(\sqrt{32-x^2}-x\right) dx$

integralinin değeri nedir?

A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 12π

16. $\int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{36-x^2}\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9\pi}{2}$ B) $\frac{9\pi}{2}+9$ C) 9π D) $6\pi+9$ E) $9\pi+9$

1- C 2- D 3- D 4- A 5- A 6- E 7- D 8- B 9- E 10-E 11-E 12-E 13-D 14-C 15-B 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

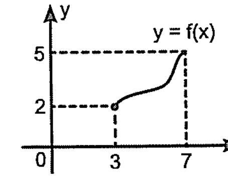
Düzlemsel Bölgelerin Alan Hesabı

TEST 21

1. **$y=\frac{8}{x}$, $y=\frac{5}{x}$ eğrileri ve $x=1$, $x=e^2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8

2. Yandaki şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre,



$\int_3^7 f(x)\, dx + \int_2^5 f^{-1}(x)\, dx$

toplamının değeri kaçtır?

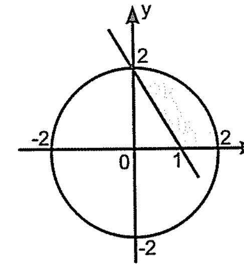
A) 32 B) 30 C) 29 D) 27 E) 25

3. $\int_{-6\sqrt{2}}^{6\sqrt{2}} \sqrt{144-x^2}\, dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 36π B) $18\pi+36$ C) $36\pi+36$ D) $18\pi+72$ E) $36\pi+72$

4. Yanda, 0 merkezli çember ile $y = 2 - 2x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir. Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2}+\left(\frac{2-y}{2}\right)\right] dy$

B) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-y^2}-\left(\frac{2-y}{2}\right)\right] dy$

C) $\int_0^1 \left[\sqrt{4-x^2}-(1-2x)\right] dx$

D) $\int_0^1 \left[(1-2x)-\sqrt{4-x^2}\right] dx$

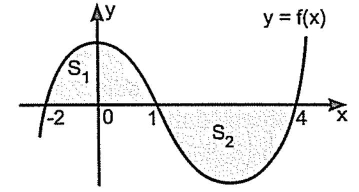
E) $\int_0^2 \left[\frac{2-y}{2}-\sqrt{4-y^2}\right] dy$

5. $\int_0^4 \left(\sqrt{1-\frac{x^2}{16}}-2x\right) dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) $4\pi-16$ B) $\pi-4$ C) $4\pi-4$ D) $4\pi+16$ E) $\pi-16$

6. Yanda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



$S_1 = 5$ br²

$S_2 = 7$ br²

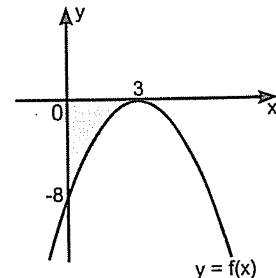
S_1 ve S_2 bulundukları bölgalerin alanlarını gösterdiğine göre, $\int_{-2}^4 (|f(x)|+f(x))\, dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 5 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

7. **$y = x^3 + 1$ eğrisi ile $y = 9x + 1$ doğrusu arasında kalan alan kaç br² dir?**

A) $\frac{81}{2}$ B) $\frac{79}{2}$ C) 30 D) 20 E) $\frac{81}{4}$

8. Yanda x eksenine teğet olan $y = f(x)$ parabolü verilmiştir. Buna göre, **parabol ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**

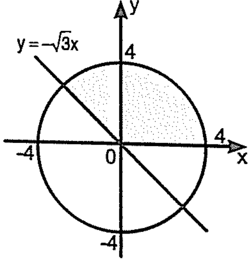


A) $\frac{5}{2}$ B) 5 C) $\frac{11}{2}$ D) 6 E) 8

9. $y=-x^2+4x+5$ **parabolü ile** $y=-2x+5$ **doğrusu arasında kalan bölgenin alanı kaç** br^2 **dir?**

A) 12 B) 18 C) 24 D) 30 E) 36

10. Yanda, O merkezli ve yarıçapı 4 br olan çember ile $y=-\sqrt{3}x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir.
Buna göre, **taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_{-2}^{4}\left(\sqrt{16-x^2}-\sqrt{3}x\right)dx$

B) $\int_{-2}^{4}\left(-\sqrt{16-x^2}-\sqrt{3}x\right)dx$

C) $\int_{-2}^{4}\left(\sqrt{16-x^2}+\sqrt{3}x\right)dx$

D) $\int_{-2}^{4}\sqrt{16-x^2}\,dx-\sqrt{3}\int_{-2}^{0}x\,dx$

E) $\int_{-2}^{4}\sqrt{16-x^2}\,dx+\sqrt{3}\int_{-2}^{0}x\,dx$

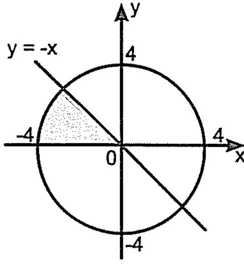
11. Analitik düzlemde $y=x^2$ **ve** $y^2=8x$ **eğrileri ile oluşan bölgenin alanı kaç** br^2 **dir?**

A) $\frac{10}{3}$ B) 3 C) $\frac{8}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) 2

12. $\int_{0}^{3}\left[\sqrt{9-x^2}-(3-x)\right]dx$
integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{9\pi}{4}-\frac{9}{2}$ B) $\frac{9\pi}{4}$ C) $\frac{9\pi}{4}-\frac{7}{2}$ D) $2\pi-\frac{9}{2}$ E) $\frac{5\pi}{4}-\frac{3}{2}$

13. Yanda, O merkezli çember ile $y=-x$ **doğrusunun grafiği çizilmiştir.**
Buna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



A) $\int_{0}^{2\sqrt{2}}\left(\sqrt{16-y^2}-y\right)dy$

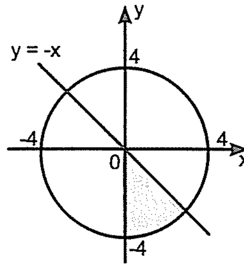
B) $\int_{0}^{2\sqrt{2}}\left(\sqrt{16-y^2}+y\right)dy$

C) $\int_{0}^{2\sqrt{2}}\left(-\sqrt{16-y^2}-y\right)dy$

D) $\int_{-2\sqrt{2}}^{0}\left(\sqrt{16-y^2}+y\right)dy$

E) $\int_{-2\sqrt{2}}^{0}\left(-\sqrt{16-y^2}+y\right)dy$

14. Yanda, O merkezli çember ile $y=-x$ doğrusunun grafiği çizilmiştir.
Buna göre, **taralı bölgenin alanı aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_{0}^{2}\left(\sqrt{16-x^2}+x\right)dx$

B) $\int_{0}^{-2}\left(\sqrt{16-x^2}-x\right)dx$

C) $\int_{-2\sqrt{2}}^{0}\left(\sqrt{16-x^2}+x\right)dx$

D) $\int_{0}^{2\sqrt{2}}\left(-\sqrt{16-x^2}-x\right)dx$

E) $\int_{0}^{2\sqrt{2}}\left(\sqrt{16-x^2}-x\right)dx$

1- D 2- C 3- E 4- B 5- E 6- D 7- A 8- E 9- E 10-E 11-C 12-A 13-A 14-E

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Hacim Hesabı

TEST 22

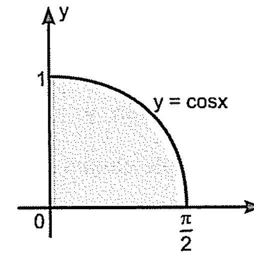
1. Analitik düzlemde, $y=-x+1$ **doğrusu ile eksenler arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?**

A) $\pi\int_{0}^{1}(x-1)^2\,dx$ B) $\pi\int_{0}^{1}(x+1)^2\,dx$

C) $\int_{0}^{1}(x-1)^2\,dx$ D) $\pi\int_{0}^{1}(x^2-1)\,dx$

E) $\pi\int_{0}^{1}x^2\,dx$

2. Yanda, $y=\cos x$ fonksiyonunun bir kısmının grafiği verilmiştir.
Buna göre, **taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacminin integrali aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?**



A) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\pi\cos^2x\,dx$ B) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\pi\sin^2x\,dx$

C) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}2\pi\cos^2x\,dx$ D) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}2\pi\sin^2x\,dx$

E) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}4\pi\cos^2x\,dx$

3. Analitik düzlemde $y=x$, $y=2x$, $x=1$, $x=2$ **doğruları ile sınırlı bölgenin, x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi kaç** br^3 **tür?**

A) 12π B) 10π C) 8π D) 7π E) 5π

4. $y=\frac{3}{x}$ **eğrisi,** $x=1$, $x=3$ **ve** $y=0$ **doğruları arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç** br^3 **tür?**

A) 2π B) 4π C) 6π D) 8π E) 12π

5. Analitik düzlemde $y=x^2$ **eğrisi,** $x=2$ **ve** $x=3$ **doğruları ve x ekseni ile sınırlı bölgenin, x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi kaç** br^3 **tür?**

A) $\frac{3^5-1}{2}\pi$ B) $\frac{2^5-1}{2}\pi$ C) $\frac{3^5}{5}\pi$ D) $\frac{3^5-2^5}{5}\pi$ E) $\frac{3^5+2^5}{5}\pi$

6. $y=3x^2$ **parabolü ile** $y=6x$ **doğrusu arasında kalan bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmini veren integral aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\pi\int_{0}^{2}(6x-3x^2)\,dx$ B) $\pi\int_{0}^{2}(3x^2-6x)\,dx$

C) $\pi\int_{0}^{2}(x^2-x^4)\,dx$ D) $\pi\int_{0}^{2}(36x^2-9x^4)\,dx$

E) $\pi\int_{0}^{2}(9x^4-36x^2)\,dx$

7. Analitik düzlemde $y=\sqrt{x}$ **eğrisi,** $y=1$, $y=2$ **doğruları y ekseni ile sınırlı bölgenin, y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi kaç** br^3 **tür?**

A) $\frac{31}{5}\pi$ B) 6π C) $\frac{29}{5}\pi$ D) $\frac{28}{5}\pi$ E) 5π

8. Şekilde $y = \sin x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre, **şekildeki taralı bölgenin x ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç br³ tür?**

A) π^2 B) $\frac{3\pi^2}{4}$ C) $\frac{\pi^2}{2}$ D) $\frac{3\pi}{4}$ E) $\frac{\pi}{4}$

9. **$y=\sqrt{x}$ denkleminin belirttiği parabol Ox ekseni, $x=4$ doğrusu ile sınırlı kapalı bölgenin alanı, Oy ekseni etrafında 360° döndürüldüğünde oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?**

A) 32π B) $\frac{128\pi}{5}$ C) 24π D) $\frac{116\pi}{5}$ E) $\frac{96\pi}{5}$

10. Yanda, $y = \cos x$ fonksiyonunun bir kısmının grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin 0_y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?

A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi\cos^2 y\,dy$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi\cos^4 y\,dy$

C) $\int_0^1 \pi^2(\arccos x)^2\,dy$ D) $\int_0^1 \pi\arccos y\,dy$

E) $\int_0^1 \pi(\arccos y)^2\,dy$

11. Yanda, $y = x - 3$ doğrusu ile eksenler arasında kalan taralı bölgenin y ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $\pi\int_0^3 (y-3)^2\,dy$ B) $\pi\int_0^3 (y+3)^2\,dy$

C) $\pi\int_{-3}^0 (y+3)\,dy$ D) $\pi\int_{-3}^0 (y-3)^2\,dy$

E) $\pi\int_{-3}^0 (y+3)^2\,dy$

12. $\{(x, y) : x + y \le 8,\ 2x + y \ge 8,\ y \ge 0\}$

bölgesinin y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan şeklin hacmi kaç br³ tür?

A) 64π B) 72π C) 96π D) 128π E) 148π

13. Yanda, 0 merkezli $x^2 + y^2 = 1$ çemberinin II. bölgede kalan kısmının grafiği çizilmiştir. Buna göre, taralı bölgenin 0x ekseni etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?

A) $\pi\int_{-1}^0 (x-1)^2\,dx$ B) $-\pi\int_{-1}^0 (x^2-1)\,dx$

C) $\pi\int_{-1}^0 (x+1)^2\,dx$ D) $\pi\int_{-1}^0 (1-x^2)^2\,dx$

E) $\pi\int_{-1}^0 (x^2-1)\,dx$

1- A 2- A 3- D 4- C 5- D 6- D 7- A 8- B 9- B 10-E 11-E 12-D 13-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST 23

1. $f'(x) = 8x^3 - 6x^2 + 4x$ ve $f(0) = -2$

olduğuna göre, **f(-1) in değeri kaçtır?**

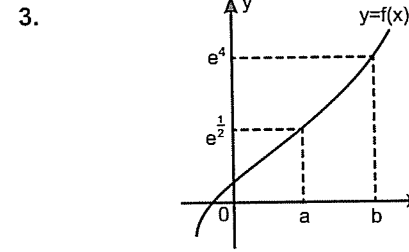
A) -2 B) 0 C) 2 D) 4 E) 6

2. $\int_1^3 [x^3 \cdot f'(x) + 3x^2 \cdot f(x)]\,dx = 131$ ve $f(1) = 4$ ise,

f(3) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3.



Yukarıdaki şekle göre,

$\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) $-\frac{7}{2}$ B) -3 C) $-\frac{5}{2}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

4. $\int_0^3 \sqrt{9-x^2}\,dx$

integralinde $x = 3\sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi}^{\pi} 9\cdot\cos^2 t\cdot dt$ B) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} 9\cdot\sin^2 t\cdot dt$

C) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} 9\cdot(\sin t - \cos t)\cdot dt$ D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\cdot\cos t\cdot dt$

E) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9\cdot\cos^2 t\cdot dt$

5. $f(x) = \int_{x^3}^{x^4} (3t-2)\,dt$

olduğuna göre, **f'(-1) nedir?**

A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

6. $\int \frac{3\sin(\ln x)}{2x}\,dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $\frac{3}{2}\sin(\ln x) + c$ B) $-\frac{3}{2}\sin(\ln x) + c$

C) $\frac{3}{2}\cos(\ln x) + c$ D) $-\frac{3}{2}\cos(\ln x) + c$

E) $\frac{3}{x}\ln(\cos x) + c$

7. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & , -1 < x < 2 \text{ ise,} \\ 2x+1 & , 2 \le x < 4 \text{ ise,} \end{cases}$

$\int_{-1}^4 f(x)\,dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) 16 B) 18 C) 20 D) 23 E) 27

8. $\int_0^4 \left(\sqrt{16-x^2} - (4-x)\right)dx$

integralinin değeri nedir?

A) $4\pi - 8$ B) $4\pi - 1$ C) $8\pi - 2$ D) $4\pi - 4$ E) $8\pi - 4$

www.guryayinlari.com

9. $\int \dfrac{2x-3}{x(x-1)(x+2)}dx$

integralinin değeri nedir?

A) $3\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x-1|-\frac{2}{3}\ln|x+2|+c$

B) $\frac{1}{2}\ln|x|+2\ln|x-1|+4\ln|x+2|+c$

C) $\frac{3}{2}\ln|x|-\frac{1}{3}\ln|x-1|-\frac{7}{6}\ln|x+2|+c$

D) $\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{1}{3}\ln|x-1|-\frac{7}{6}\ln|x+2|+c$

E) $-\frac{3}{2}\ln|x|-\frac{1}{3}\ln|x-1|+\frac{2}{3}\ln|x+2|+c$

10. $\int_{e}^{e^3}\left[\dfrac{d}{dx}(\ln x^2)\right]dx$

integralinin değeri nedir?

A) 6 B) 4 C) e^6 D) e^4 E) e^2

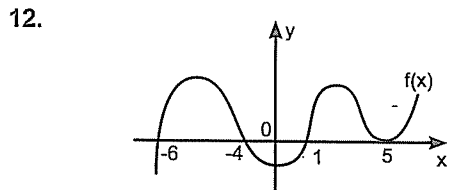
11. $\int f'(x)\cdot 2x^2\,dx=\dfrac{2x^5}{5}-4x^3+c$ ve $f(-1)=\dfrac{11}{3}$

ise, **f(x) nedir?**

A) $\frac{x^3}{3}-6x-2$ B) $\frac{x^3}{3}-6x+3$ C) $\frac{x^3}{3}+6x-2$

D) $\frac{x^3}{6}-6x-2$ E) $\frac{x^3}{6}+6x+2$

12.



Şekilde f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $g(x)=\int (x^2-7x+12)\cdot f(x)\cdot dx$ **şeklinde tanımlanan g(x) fonksiyonunun kaç tane ekstremum noktası vardır?**

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

13. $f(x)=\int_{-2}^{x^3-x^2-x+2} e^t\cdot dt$ ise,

f(x) in x eksenine paralel teğetlerinin değme noktalarına ait apsisler toplamı kaçtır?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

14. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\cdot\cos x\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) $\dfrac{\sin x}{\cos x}$ B) $\sin x$ C) $\frac{1}{2}$

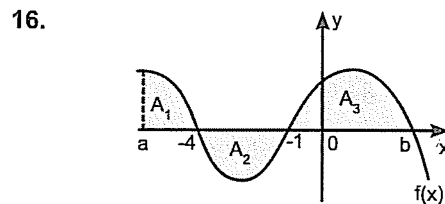
D) $\dfrac{1}{n+1}$ E) $\dfrac{2n}{n+1}$

15. $f(x)=\int_2^{x^3}\dfrac{2+t^2}{4t}dt$

fonksiyonunun x = –1 noktasındaki teğetinin eğimi nedir?

A) $-\frac{10}{3}$ B) –3 C) $-\frac{9}{4}$ D) $\frac{7}{2}$ E) 4

16.



Yukarıda grafiği verilen f(x) fonksiyonu için

$\int_a^b f(x)\,dx=28$ ve A_1 alanının ölçüsü

A_2 alanından 15 br^2 fazla ise,

A_3 alan ölçüsü kaç br^2 dir?

A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

1-D 2-C 3-E 4-E 5-B 6-D 7-D 8-A 9-C 10-B 11-A 12-E 13-E 14-D 15-C 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST 24

1. $\int_{\pi}^{2\pi}|\sin x|\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

2. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{1-16x^2}}$

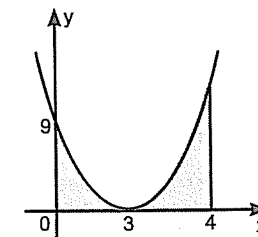
integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{4}\arcsin 4x+c$ B) $\frac{1}{4}\arcsin x+c$

C) $\frac{1}{4}\arctan 4x+c$ D) $\frac{1}{4}\arccos 4x+c$

E) $\arcsin 4x+c$

3. Şekildeki taralı bölgenin alanı kaç br^2 dir?



A) 4 B) 5 C) 9 D) $\frac{28}{3}$ E) 10

4. $\int\dfrac{dx}{(2x+1)^2+4}$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{2x+1}{2}\right)+c$ B) $\frac{1}{4}\arctan(2x+1)+c$

C) $\frac{1}{2}\arctan(2x+1)+c$ D) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2x+1}{2}\right)+c$

E) $\frac{1}{4}\arctan\left(\frac{2x+1}{4}\right)+c$

5. $\int x\cdot e^x\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) $x\cdot e^x+c$ B) $x\cdot e^x+e^x+c$

C) $x\cdot e^x-e^x+c$ D) $x\cdot e^x-c$

E) $x\cdot e^x-e^x+x+c$

6. $\int\dfrac{dx}{\sqrt{-x^2+6x-8}}$

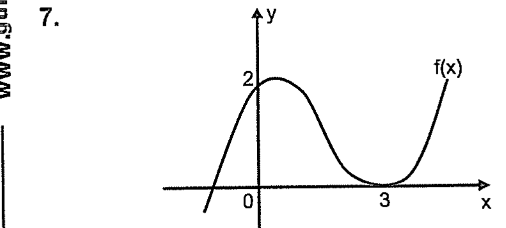
integralinin değeri nedir?

A) arcsin (x - 3) + c B) arcsin x + c

C) arcsin (x + 3) + c D) arccos (x – 3) + c

E) arccos (x + 3) + c

7.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$\int_0^3 f'(x)\cdot(f(x)+1)^2\cdot dx$

integralinin değeri nedir?

A) $-\frac{26}{3}$ B) –8 C) –3 D) 8 E) $\frac{26}{3}$

8. $\int\dfrac{x\cdot f'(x)-2\cdot f(x)}{x^3}dx=\ln x^3$ ve $f(1)=2$

olduğuna göre, **f(e) kaçtır?**

A) -3 B) 2e C) $-5e^2$ D) $5e^2$ E) $3e^2$

9. $\int_{-3}^{3} (1+x+x^3+x^5+x^7+...+x^{21})\,dx$

integralinin eşiti nedir?

A) 6 B) 3 C) 0 D) -3 E) -6

10. $\int \cos(\cos^2 x)\cdot \sin 2x\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) $\cos(x)+c$
B) $\cos(\sin 2x)+c$
C) $\cos(\cos^2 x)+c$
D) $-\sin(\cos^2 x)+c$
E) $\sin(\cos^2 x)+c$

11. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} k(\sin 2x\cdot\cos 4x+\cos 2x\cdot\sin 4x)\,dx=-12$

ise, **k sayısı kaçtır?**

A) 36 B) 24 C) 18 D) 12 E) 6

12.

y, 6, 0, 6, x, $y=\frac{1}{x}$

Şekildeki grafikte taralı alan kaç br² dir?

A) 36 - 6ln2
B) 36 - 2ln6
C) 35 - 2ln6
D) 35 - 6ln2
E) 2ln6

13. $\int 3x^3\cdot e^{x^4}dx$

integralinin değeri nedir?

A) $3\cdot e^{x^4}+c$
B) $4\cdot e^{x^4}+c$
C) $\frac{3}{4}\cdot e^{x^3}+c$
D) $\frac{4}{3}\cdot e^{x^4}+c$
E) $\frac{3}{4}\cdot e^{x^4}+c$

14. $\int x\cdot\cos x\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) xsinx + c
B) xsinx + cosx + c
C) xsinx - cosx + c
D) sinx - xcosx + c
E) sinx + xcosx + c

15. $f: R\to R$ olmak üzere;

$y=f(x)$ fonksiyonunun (2, -4) noktasındaki teğetinin eğimi 1 dir.

$f''(x)=6x^2-2$ ise, **f(1) nedir?**

A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) 3 E) $\frac{7}{2}$

16. $\int \frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x^5}}dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{-4}{\sqrt{x}}+c$
B) $\frac{-2}{\sqrt{x}}+c$
C) $\frac{2}{\sqrt{x}}+c$
D) $\frac{4}{\sqrt{x}}+c$
E) $\frac{-1}{\sqrt{x}}+c$

1- E 2- A 3- D 4- A 5- C 6- A 7- A 8- D 9- A 10-D 11-A 12-C 13-E 14-B 15-C 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST 25

1. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos 2x}{\sin x\cdot\cos x}dx$

integralinin değeri nedir?

A) 0 B) 1 C) $\ln\sqrt{3}$ D) $\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\ln\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $y=x^2$ ve $y=18-x^2$

eğrileri tarafından sınırlanan düzlemsel bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) $2\int_{-3}^{3}(18-x^2)\,dx$
B) $4\int_{-3}^{0}(18-x^2)\,dx$
C) $4\int_{-3}^{0}(9-x^2)\,dx$
D) $2\int_{-3}^{0}(9-x^2)\,dx$
E) $4\int_{-3}^{3}(9-x^2)\,dx$

3. $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 2x\,dx$

integralinin değeri nedir?

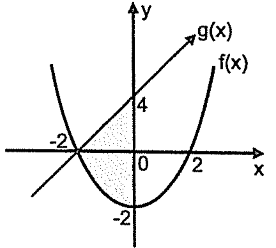
A) $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{16}$
B) $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$
C) $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{8}$
D) $\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{16}$
E) $\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{16}$

4. $\int[2x+f(x)]\,dx=mx^2+n$

ve $f(-1)=6$ ise, **f(2) nedir?**

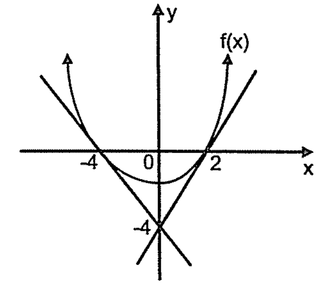
A) –16 B) –14 C) –12 D) –10 E) –8

5. **Yandaki şekilde taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



A) 3 B) 4 C) $\frac{17}{3}$ D) $\frac{20}{3}$ E) $\frac{22}{3}$

6.



Grafiği yukarıda verilen f(x) fonksiyonu için,

$\int_{-4}^{2} f''(x)\cdot(f'(x)+1)\cdot dx$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) $-\frac{11}{2}$ B) $-\frac{9}{2}$ C) 1 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{13}{2}$

7. $0\le x\le 2$ ve $|y|\ge 1$ eşitsizlik sistemini sağlayan bölge ile $y=e^x$ ve $y=-e^x$ **eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç br² dir?**

A) e^2-1 B) $2e^2-2$ C) e^2-3
D) $2e^2-6$ E) e^2-2

8. $\int_{a}^{b}(4x+5)dx=85$ ve b - a = 5 olduğuna göre,

a + b nin değeri nedir?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

9. $y=x^2$ parabolünün $y=0$ ve $x=-a$ doğruları arasında kalan bölgenin Oy ekseni etrafında döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmi $8\pi\, br^3$ ise, **a kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

10. $\int \frac{5x^4dx}{16+x^{10}}$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x^5}{4}+c$ B) $\frac{1}{4}\arctan x^5+c$

C) $\frac{1}{4}\arctan\frac{x^5}{5}+c$ D) $\frac{1}{2}\arctan\frac{x^5}{4}+c$

E) $\frac{1}{2}\arctan x^5+c$

11. Şekilde verilenlere göre, **B – A farkı kaçtır?**

A) 42 B) 56 C) 70 D) 72 E) 144

12. $\int \frac{dx}{x\cos^2(\ln x)}$

integralinin değeri nedir?

A) $\tan x+c$ B) $\cot x+c$

C) $\tan(\ln x)+c$ D) $\cot(\ln x)+c$

E) $-\cot(\ln x)+c$

13. $\int \cos^2 x\, d(\sin x)$

integralinin değeri nedir?

A) $\sin x-\frac{\sin^3 x}{3}+c$ B) $\cos x-\frac{\cos^3 x}{3}+c$

C) $\frac{\sin^3 x}{3}+c$ D) $\frac{\cos^3 x}{3}+c$

E) $\frac{\sin^2 x}{2}+c$

14. Şekilde grafiği verilen f(x) fonksiyonu ile x ekseni arasında tanımlanan alanlar $A_1=12\, br^2$ ve $A_2=7\, br^2$ dir.

Buna göre, $\int_0^5 (x-2)\cdot f'(x)\cdot dx$ **işleminin sonucu kaçtır?**

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

15. Analitik düzlemde $y-4x=12$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin y-ekseni etrafında 90° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 6π B) 9π C) 16π D) 36π E) 48π

16. $f(x)=\frac{d}{dx}\left[\int_2^x (t^4-t^3+2t^2+at)dt\right]$

f(–1) = 11 olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) –9 B) –8 C) –7 D) –6 E) –5

1- E 2- C 3- E 4- C 5- D 6- D 7- D 8- D 9- B 10-A 11-D 12-C 13-A 14-A 15-B 16-C

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST 26

1. $\int \frac{x+5}{x^3-x^2}dx$

integralinin değeri nedir?

A) $-6\ln|x|+\frac{5}{x}+6\ln|x-1|+c$

B) $-3\ln|x|+\frac{2}{x}+4\ln|x-2|+c$

C) $-4\ln|x|+\frac{1}{x}+5\ln|x+1|+c$

D) $-3\ln|x|+\frac{5}{x}+8\ln|x-3|+c$

E) $-6\ln|x|-\frac{5}{x}+6\ln|x-1|+c$

2. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos 2x}{\cos x+\sin x}dx$

ifadesinin değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x^2+y^2\le 36$ ve $x+y\ge 6$ eşitsizlik sisteminin oluşturduğu bölgenin, y ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cismin hacmi kaç br^3 tür?

A) 48π B) 60π C) 72π D) 108π E) 144π

4. f(x) fonksiyonunun y-eksenini kestiği noktadaki teğeti II. açıortay doğrusuna diktir.

x = 2 deki teğetinin eğimi e^3 olduğuna göre,

$\int_0^2 \frac{f''(x)}{f'(x)}dx$ **integralinin değeri nedir?**

A) 3 B) e C) 2 D) 0 E) –2

5. Şekilde y = f(x) eğrisine (3, 5) ve (5, 4) noktalarında teğet olacak şekilde d_1 ve d_2 doğruları çizilmiştir.

$\int_3^5 [x\cdot f''(x)]\cdot dx$ **integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?**

A) $\frac{70}{3}$ B) $\frac{68}{3}$ C) 22 D) 20 E) $\frac{58}{3}$

6. Bir f(x) fonksiyonu için f''(x) = 4 dür. Fonksiyon grafiğinin (–1, 6) noktasındaki teğeti Ox ekseni ile 135° lik açı yapıyor. **f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $f(x)=2x^2-3x+5$ B) $f(x)=2x^2+3x+7$

C) $f(x)=x^2-3x-5$ D) $f(x)=2x^2+3x+5$

E) $f(x)=2x^2-3x+7$

7. $\int f(3x^2)\cdot f'(3x^2)\cdot x\, dx$

integralinin sonucu nedir?

A) $\frac{1}{2}f(3x^2)+c$ B) $\frac{1}{6}f(3x^2)+c$

C) $\frac{1}{12}f^2(3x^2)+c$ D) $\frac{1}{12}f(3x^2)+c$

E) $\frac{1}{6}f^2(3x^2)+c$

8. $\int \frac{x\,dx}{x^2-6x+10}$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln|x^2-6x+10|+6\arctan(x-3)+c$

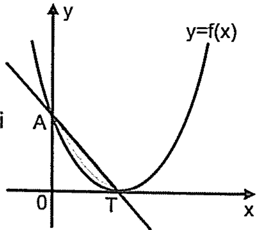
B) $\ln|x^2-6x+10|+\arctan x+c$

C) $\ln|x^2-6x+10|+2\arctan x+c$

D) $\frac{3}{2}\ln|x^2-6x+10|+3\arctan x+c$

E) $\frac{1}{2}\ln|x^2-6x+10|+3\arctan(x-3)+c$

9. Şekildeki parabolün y eksenini kestiği A noktası ile T tepe noktasından geçen doğrunun denklemi $y = -2x + 8$ olduğuna göre, **taralı bölgenin alanı kaç br² dir?**



A) 11 B) $\frac{32}{3}$ C) 8 D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{14}{3}$

10. $\int \frac{-2x\,dx}{\sin^2(2x^2+3)}$

integralinin değeri nedir?

A) $-\tan x + c$ B) $\tan(2x^2+3)+c$

C) $-\tan(2x^2+3)+c$ D) $-\frac{1}{2}\cot(2x^2+3)+c$

E) $\frac{1}{2}\cot(2x^2+3)+c$

11. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\int_6^{3x}(t-4)\,dt}{2x-4}$

işleminin sonucu nedir?

A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

12. $\int_{-4}^{11} \frac{dx}{x^3\sqrt[4]{5+x}}$

integralinde $5+x=u^4$ **dönüşümü uygulanırsa aşağıdakilerden hangisi elde edilir?**

A) $\int_{-4}^{11}\frac{4u^2du}{(u^4-5)^3}$ B) $\int_{1}^{2}\frac{u^2du}{(u^4-5)^3}$ C) $\int_{1}^{2}\frac{4u^2du}{(u^4-5)^3}$

D) $\int_{1}^{2}\frac{4u^3du}{(u^4-5)^3}$ E) $\int_{-4}^{11}\frac{4u^3du}{(u^4-5)^3}$

13. Bir dikdörtgenin kenar uzunlukları m ve n olmak üzere; $\int_3^5 x\cdot dx$ integralinin değeri bu dikdörtgenin çevresine eşittir.

$$\int_0^m\left[\int_0^n (x+y)\,dx\right]dy = \int_1^7 2y\cdot dy$$

ise, **dikdörtgenin alanı kaç br² dir?**

A) 6 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24

14. $\int_1^m (6x^2-2x+k)\,dx = 2m^3-m^2+6m+n$

ise, **k − n nin değeri kaçtır?**

A) 13 B) 9 C) 3 D) −1 E) −7

15. $\int \cos^5 x\cdot\sin^3 x\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{\cos^6 x}{6}-\frac{\cos^4 x}{4}+c$ B) $\frac{\cos^8 x}{8}+\frac{\cos^6 x}{6}+c$

C) $\frac{\cos^6 x}{6}+\frac{\cos^4 x}{4}+c$ D) $\frac{\cos^8 x}{8}-\frac{\cos^6 x}{6}+c$

E) $\frac{\cos^8 x}{8}-\frac{\cos^4 x}{4}+c$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-25x^2}}$

integralinin değeri nedir?

A) $\arcsin 5x + c$ B) $\frac{1}{5}\arcsin\left(\frac{5x}{2}\right)+c$

C) $\frac{1}{2}\arcsin(5x)+c$ D) $\frac{1}{10}\arcsin\left(\frac{5x}{2}\right)+c$

E) $\frac{2}{5}\arcsin\left(\frac{5x}{2}\right)+c$

1- A 2- B 3- C 4- A 5- B 6- B 7- C 8- E 9- D 10-E 11-B 12-C 13-E 14-A 15-D 16-B

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI

Karma

TEST 27

1. $y=-\frac{3}{x}$ ve $y=\frac{3}{x}$ grafikleri,

$x=-e^4$, $x=e^4$, $y=0$ ve $y=\frac{3}{e^2}$ doğruları ile sınırlıdır.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç br² dir?

A) 24 B) 20 C) 18 D) 14 E) 12

2. Şekildeki d doğrusu f(x) fonksiyonuna A noktasında teğet ise,

$\int_0^k e^{f'(x)}\cdot f''(x)\,dx$

değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $e^{\frac{1}{2}}-1$ B) e^2 C) e^2+1

D) e^2-1 E) $e^{\frac{1}{2}}+1$

3. $\frac{d^{18}}{dx^{18}}\left(\int_2^x (t^2+1)^8\,dt\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 24 B) 18 C) 12 D) 6 E) 0

4. $\int_0^3 e^{x^4+3\ln x}\,dx$

belirli integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{3}(e^{27}-1)$ B) $\frac{1}{4}(e^{27}-1)$ C) $\frac{1}{4}(e^{81}-1)$

D) $\frac{1}{3}(e^{81}-1)$ E) $\frac{1}{2}(e^{81}-1)$

5. $\int\sqrt{5-3x}\,dx$

integralinin değeri nedir?

A) $-\frac{2}{9}(5-3x)^{\frac{3}{2}}+c$ B) $-\frac{2}{3}(5-3x)^{\frac{3}{2}}+c$

C) $-\frac{2}{3}(5-3x)^{\frac{1}{2}}+c$ D) $-\frac{2}{9}(5-2x)^{\frac{1}{2}}+c$

E) $-\frac{1}{3}(5-3x)^{\frac{3}{2}}+c$

6. Şekildeki grafikte **taralı alan kaç br² dir?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

7. $\int_0^1 \frac{d^4}{dx^4}\left(\int_{x^2}^{x^3} t^2\,dt\right)dx$

integralinin değeri kaçtır?

A) 158 B) 152 C) 136 D) 128 E) 124

8. $\int \sin^2 x\,d(\cot x)$

integralinin değeri nedir?

A) $\arctan x + c$ B) $\arctan(\cot x)+c$

C) $\text{arccot}(\tan x)+c$ D) $\text{arccot}(\cot x)+c$

E) $\text{arccot}\,x + c$

9. $y=x^2-4$ eğrisi ile $y=x-4$ doğrusunun sınırladığı bölgenin alanı kaç br^2 dir?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

10. $\int \frac{4x-2}{(x-2)^2}dx$

integralinin değeri nedir?

A) $4\ln|x-2|-\frac{6}{(x-2)}+c$

B) $2\ln|x-2|+\frac{4}{(x-2)}+c$

C) $3\ln|x-2|+\frac{5}{(x-2)}+c$

D) $4\ln|x-2|+\frac{6}{(x-2)}+c$

E) $-3\ln|x-2|-\frac{4}{(x-2)}+c$

11. $f(x)=\frac{x-3}{2x+4}$ olduğuna göre,

$\int_2^4 d\left(f^{-1}(x)\right)$ integralinin değeri nedir?

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{19}{21}$ C) $\frac{18}{19}$ D) $\frac{17}{15}$ E) $\frac{16}{15}$

12. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $\int e^{\cos x}.\sin x\,dx=-e^{\cos x}+c$

B) $\int \sqrt{x}\,dx=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+c$

C) $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+c$

D) $\int \cos 3x\,dx=-\frac{1}{3}\sin 3x+c$

E) $\int (e^x+e^{-x})dx=e^x-e^{-x}+c$

13. $\int \frac{2x-3}{x^2+4}dx$

integralinin değeri nedir?

A) $\frac{1}{2}\ln|x^2+4|-\frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2}+c$

B) $\ln|x^2+4|-\arctan\frac{x}{2}+c$

C) $\frac{1}{2}\ln|x^2+4|-\arctan\frac{x}{2}+c$

D) $\ln|x^2+4|-\arctan x+c$

E) $\ln|x^2+4|-\frac{3}{2}\arctan\frac{x}{2}+c$

14. $f(x)=x^2-1$ eğrisinin $x=\frac{1}{2}$, $x=1$ doğruları ve Ox ekseni ile sınırladığı alan nedir?

A) $-\frac{5}{24}$ B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{5}{24}$ E) $\frac{7}{24}$

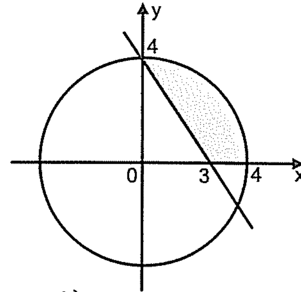
15. $\int df^2(4x)$

integralinin değeri nedir?

A) $f^2(4x)+c$ B) $4f^2(4x)+c$ C) $16f^2(4x)+c$

D) $\frac{1}{16}f^2(4x)+c$ E) $\frac{1}{4}f^2(4x)+c$

16. Şekildeki taralı bölge aşağıdaki integrallerden hangisi ile ifade edilir?



A) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-y^2}-\left(\frac{12-4y}{3}\right)\right)dy$

B) $\int_3^4 \left(\sqrt{16-y^2}-\left(\frac{12-3y}{4}\right)\right)dy$

C) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-y^2}-\left(\frac{12-3y}{4}\right)\right)dy$

D) $\int_0^4 \left(\left(\frac{12-4x}{3}\right)-\sqrt{16-x^2}\right)dx$

E) $\int_0^4 \left(\sqrt{16-x^2}-\left(\frac{3y-12}{4}\right)\right)dx$

1- C 2- D 3- E 4- C 5- A 6- C 7- D 8- B 9- C 10-A 11-A 12-D 13-E 14-D 15-A 16-C

1. **1990 – ÖYS:**

$\int_0^4 \left[\sqrt{16-x^2}-(4-x)\right]dx$

integralinin değeri nedir?

A) $4(\pi-2)$ B) $4(\pi-\sqrt{3})$ C) $3(\pi-\sqrt{2})$

D) $3\sqrt{2}(\pi-2)$ E) $2\sqrt{3}(\pi-2)$

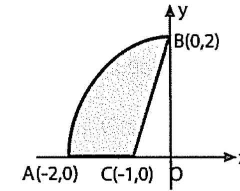
2. **1991 – ÖYS:**

$\int_0^1 \frac{d(x^2)}{x^2+1}$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) ln2 D) ln3 E) 2

3. **1991 – ÖYS:**



Şekilde; $\overset{\frown}{AB}$, O merkezli dörtte bir çember yayı, [BC] de B(0, 2), C(–1, 0) noktalarını birleştiren doğru parçasıdır. Buna göre, **aşağıdaki integrallerden hangisi taralı alanı verir?**

A) $\int_{-2}^{1}\left[\sqrt{4-x^2}-(2+2x)\right]dx$

B) $\int_0^2 \left[\frac{y-2}{2}+\sqrt{4-y^2}\right]dy$

C) $\int_0^2 \left[\sqrt{4-x^2}+(2+2x)\right]dx$

D) $\int_{-2}^{-1}\left[\sqrt{4-x^2}-(2+2x)\right]dx$

E) $\int_0^1 \frac{y-2}{2}dy+\int_0^2 \sqrt{4-y^2}\,dy$

4. **1991 – ÖYS:**

$\int_0^1 (2x-3)(x^2-3x+2)^4 dx$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-\frac{32}{5}$ B) –3 C) 0 D) 3 E) $\frac{243}{5}$

5. **1992 – ÖYS:**

$\frac{d}{dx}\left(\int_2^5 (x^3+x^2)dx\right)$

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) x^3+x^2 B) $\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}$ C) $\frac{67}{3}$ D) 79 E) 0

6. **1992 – ÖYS:**

$\int -\cos(\cos^2 x).\sin 2x\,dx$,

aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) sin(cosx) + c B) cos(sinx) + c

C) $\cos(\sin^2 x)$ + c D) $\sin(\cos^2 x)$ + c

E) $\sin(\cos^2 x)+\cos(\sin^2 x)$ + c

7. **1992 – ÖYS:**

$\int_0^{\ln 3} (e^{3x}-e^x)dx$

integralinde $e^x = t$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_1^3 (t^3-t)dt$ B) $\int_1^3 (t^2-1)dt$

C) $\int_1^3 (e^{3t}-e^t)e^t\,dt$ D) $\int_0^1 (t^3-t)dt$

E) $\int_0^3 (\ln 3t-\ln t)dt$

8. **1993 – ÖYS:**

$\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$

integralinde, x = 1 sint dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 t\,dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\sin^2 t\,dt$

C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 4(\sin t-\cos t)dt$ D) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 t\,dt$

E) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t\,dt$

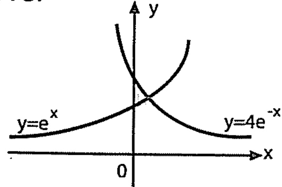
9. 1993 – ÖYS:

$$\left(\int_0^a x\,dx\right)^3 = \int_0^a x^3\,dx$$

olduğuna göre, **pozitif a değeri kaçtır?**

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) 2

10. 1993 – ÖYS:



Şekilde, $y = e^x$, $y = 4e^{-x}$ fonksiyonlarının grafikleri ve y – ekseniyle sınırlı olan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) ln2 E) ln3

11. 1993 – ÖYS:

$$0 < a < \frac{\pi}{3} \text{ ve } \int_0^a (\tan^4 x + \tan^2 x)dx = \frac{1}{3}$$

olduğuna göre, **a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{3}$ D) $\frac{2\pi}{3}$ E) $\frac{5\pi}{6}$

12. 1994 – ÖYS:

$$\int \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}dx$$

integralinde, $u = \sqrt{x}$ dönüşümü yapılırsa, aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$ B) $\int \frac{1+u}{1-u}du$ C) $\frac{1}{2}\int \frac{1+u}{1-u}du$

D) $2\int \frac{1+\sqrt{u}}{1-\sqrt{u}}du$ E) $2\int \frac{u(1+u)}{1-u}du$

13. 1994 – ÖYS:

$$\int_{\frac{\pi}{12}}^{a} -2(\sin^4 x - \cos^4 x)dx = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, **a nın değeri aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $\frac{\pi}{8}$ B) $\frac{\pi}{6}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{2}$

14. 1995 – ÖYS:

$$\int \frac{x+3}{x^2-9x+14}dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$

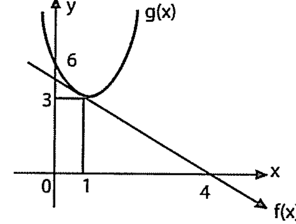
B) $2\ln|x-2| + 2\ln|x+5| + c$

C) $2\ln|x-7| - \ln|x-2| + c$

D) $\ln|x-1| - 2\ln|x+3| + c$

E) $5\ln|x-7| + 3\ln|x-2| + c$

15. 1995 – ÖYS:



Şekildeki, f(x) doğrusu, x = 1 noktasında y = g(x) eğrisine teğettir.

$\int_0^1 \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\frac{a}{8}$ olduğuna göre, **a kaçtır?**

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

16. 1995 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sin(\arccos x)dx$$

integralinde, t = arccosx dönüşümü yapılırsa, aşağıdakilerden hangisi elde edilir?

A) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}\sin 2t\,dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2}\cos^2 2t\,dt$ C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} -\cos t\,dx$

D) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} -\cos^2 t\,dx$ E) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} -\sin^2 t\,dt$

17. 1995 – ÖYS:

y = f(x) eğrisinin, (–2, 3) noktasındaki teğeti, x ekseni ile 135° lik açı yapmaktadır.

$f''(x) = 16x$ olduğuna göre, **eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?**

A) –3 B) –2 C) –1 D) $-\frac{69}{5}$ E) $-\frac{125}{3}$

18. 1996 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \left[\frac{d}{dt}\left(\int_0^1 \cos 3x\,dx\right)\right] dt$$

değeri kaçtır?

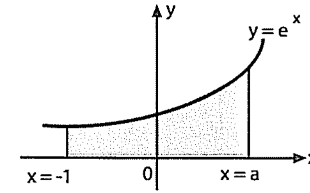
A) $\frac{7\sqrt{2}}{6}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

19. 1996 – ÖYS:

$y^2 = 16 - x$ parabolünün, koordinat sisteminin 1. bölgesindeki ($x \geq 0$, $y \geq 0$) parçası ile x = 0 ve y = 0 doğruları ile sınırlı olan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{128}{3}$ B) $\frac{64}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) 16

20. 1996 – ÖYS:



Şekildeki gibi, $y = e^x$ eğrisi; $x = -1$, $x = a$ ve $y = 0$ doğruları ile sınırlı bölgenin, x ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan dönel cismin hacmi, $\frac{\pi}{2}(e^{10} - e^{-2})$ br³ olduğuna göre, **a nın değeri kaçtır?**

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

21. 1997 – ÖYS:

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}dx$$

integralinin değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{20}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ B) $-\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

C) $\frac{5}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$ D) $-\frac{20}{9}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

E) $\frac{4}{3}\sqrt[4]{(x^3+2)^3} + c$

22. 1997 – ÖYS:

$y = \frac{1}{3}x^2$ eğrisi, x = 3 doğrusu ve x ekseni ile sınırlı bölgenin, x ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi kaç br³ tür?

A) $\frac{13\pi}{4}$ B) $\frac{17\pi}{4}$ C) $\frac{19\pi}{5}$ D) $\frac{27\pi}{5}$ E) $\frac{32\pi}{5}$

23. 1997 – ÖYS:

$$\int_0^{\frac{5}{\sqrt{2}}} (\sqrt{25-x^2} - x)dx$$

integralinin değeri, aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25\pi}{4}$ B) $\frac{25\pi}{8}$ C) 16π D) 36 E) 45

24. 1998 – ÖYS:

$y^2 = 4x$ ve $y = 2x^2$ eğrisi ile sınırlanan bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

25. 1998 – ÖYS:

$$\int \frac{5x+2}{x^2-4}dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $3\ln|x-2| + 2\ln|x+2| + c$

B) $5\ln|x-2| - 2\ln|x+2| + c$

C) $2\ln|x-2| + \ln|x+2| + c$

D) $\ln|x-2| + 3\ln|x+2| + c$

E) $5\ln|x^2-4| + c$

26. 2006 – ÖSS MAT 2:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x + \cos x)dx$$

integralinde $t = \pi - x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

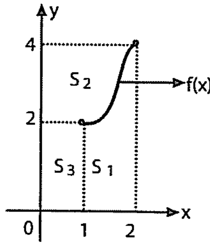
A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t + \cos t)dt$ B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t - \cos t)dt$

C) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin t - \cos t)dt$ D) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos t - \sin t)dt$

E) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} (\sin t - \cos t)dt$

27. 2006 – ÖSS MAT 2:

Şekilde grafiği verilen bire bir ve örten $f:[1, 2] \to [2, 4]$ fonksiyonunun tersi f^{-1} dir.



Buna göre, $\int_1^2 f(x)\,dx + \int_2^4 f^{-1}(x)\,dx$ **toplamı kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

28. 2006 – ÖSS MAT 2:

f: R → R fonksiyonu her noktada türevli ve

$f'(x) = x+1$, $f(2) = -1$ olduğunda göre, **f(0) kaçtır?**

A) –5 B) –4 C) –2 D) –1 E) 0

29. 2007 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x+1}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}+\ln 2$ B) $-1+\ln 2$ C) $\ln 2$ D) $2\ln 2$ E) $1+2\ln 2$

30. 2007 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^1 3x\sqrt{3+x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $1+\sqrt{3}$ B) $2-2\sqrt{3}$ C) $2+\sqrt{3}$ D) $4-\sqrt{3}$ E) $8-3\sqrt{3}$

31. 2007 – ÖSS MAT 2:

$x^2 = 2y$

$y^2 = 2x$

eğrileriyle sınırlanan bölgenin alanı kaç br² dir?

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

32. 2008 – ÖSS MAT 2:

b > 0 olduğuna göre,

$$\int_0^b (2x-x^2)\,dx$$

integralinin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

33. 2008 – ÖSS MAT 2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left|\sin x - \frac{1}{2}\right| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{12}-1$ B) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{6}-1$ C) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}-1$ D) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}-\frac{3}{2}$ E) $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$

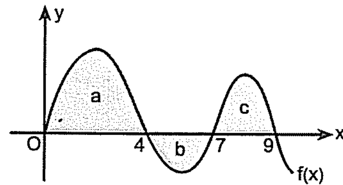
34. 2008 – ÖSS MAT 2:

$$\int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

35. 2009 – ÖSS MAT 2:



Yukarıda verilen taralı bölgelerin alanları sırasıyla a, b ve c birim karedir.

Buna göre, $\int_0^9 |f(x)|\,dx - \int_0^7 f(x)\,dx$ **değeri kaçtır?**

A) 2a + b B) 2a + c C) 2b + c D) 2c + b E) 2a + 2b + c

36. 2009 – ÖSS MAT 2:

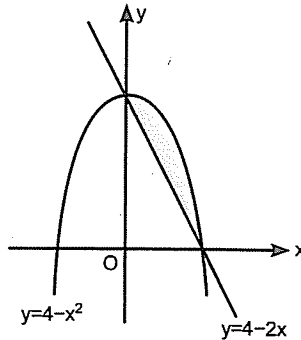
$$\int_0^1 (x+1)e^x\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) e B) e – 1 C) e – 2 D) 2e – 1 E) 2e – 3

37. 2009 – ÖSS MAT 2:

Şekildeki parabol ile doğru arasında kalan taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

Öğreten Matematik Fasikülleri ○ İNTEGRAL ve UYGULAMALARI

38. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 2 B) 1 C) 0 D) –1 E) –2

39. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$\int_0^4 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

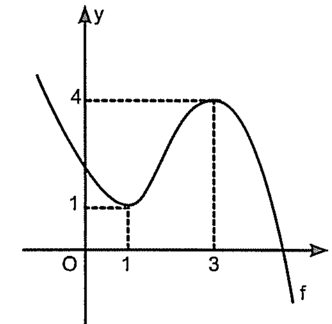
A) 12 B) 15 C) 18 D) 20 E) 24

40. 2010 – LYS 1 / MAT:

$y = x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu ile sınırlı (sonlu) bölgenin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

41. 2010 – LYS 1 / MAT:



Yukarıda grafiği verilen f fonksiyonu için

$$\int_1^3 \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2}\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) $\frac{7}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

42. 2010 – LYS 1 / MAT:

$$f(x) = \begin{cases} 3-x, & x<2 \text{ ise} \\ 2x-3, & x \geq 2 \text{ ise} \end{cases}$$

için $\int_1^3 f(x+1)\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

43. 2011 – LYS 1 / MAT:

$f'(x) = 3x^2 + 4x + 3$

$f(0) = 2$

olduğuna göre, f(–1) değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

44. 2011 – LYS 1 / MAT:

Bir f fonksiyonunun grafiğinin x = a noktasındaki teğetinin eğimi 1, x = b noktasındaki teğetinin eğimi ise $\sqrt{3}$ tür.

$f''(x)$ ikinci türev fonksiyonu [a, b] aralığında sürekli olduğuna göre

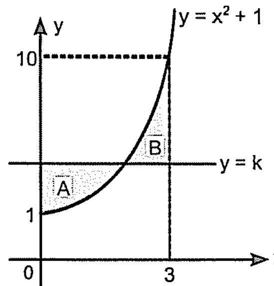
$$\int_b^a f'(x) \cdot f''(x)\,dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) –1 B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

45. 2011 – LYS 1 / MAT:

Aşağıdaki grafikte, A ve B bölgelerinin alanları eşit olacak şekilde y = k doğrusu verilmiştir.



Buna göre, k'nin değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) $\frac{9}{4}$ E) $\frac{11}{2}$

46. 2011 – LYS 1 / MAT:

$$\int_1^e \ln^3 x\,dx = 6 - 2e$$

olduğuna göre, $\int_1^e \ln^4 x\,dx$ **integralinin değeri kaçtır?**

A) 7e – 16 B) 8e – 18 C) 9e – 24 D) 10e – 26 E) 11e – 28

47. 2011 – LYS 1 / MAT:

$\int \frac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$ **integralinde** $u=\sqrt{x}$ **dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?**

A) $\int \ln u\, du$ B) $\int 2\ln u\, du$ C) $\int \frac{\ln u}{u}du$

D) $\int \frac{\ln u}{2u}du$ E) $\int u\ln u\, du$

48. 2012 – LYS 1 / MAT:

$$\int \frac{f'(x)}{[f(x)]^2}dx = \int 2dx$$

eşitliği veriliyor.

$f(0)=\frac{1}{2}$ **olduğuna göre, f(3) değeri kaçtır?**

A) $\frac{-1}{4}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{5}$

D) –2 E) –1

49. 2012 – LYS 1 / MAT:

$$\int (\arcsin x)^2 dx$$

integralinde u = arcsin x dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

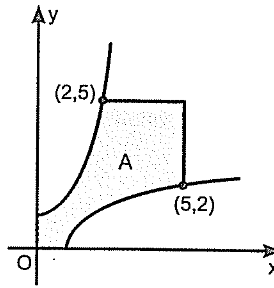
A) $\int u\cdot\sin^2 u\,du$ B) $\int u\cdot\cos^2 u\,du$

C) $\int u^2\cdot\sin u\,du$ D) $\int u^2\cdot\cos u\,du$

E) $\int u^2 du$

50. 2012 – LYS 1 / MAT:

Birinci bölgede; koordinat eksenleri, x = 5, y = 5 doğruları ve $y = x^2 + 1$, $x = y^2 + 1$ eğrileri arasında kalan A bölgesi yanda verilmiştir.

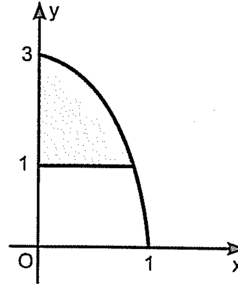


A bölgesinin alanı kaç birim karedir?

A) $\frac{27}{2}$ B) $\frac{35}{3}$ C) $\frac{43}{3}$ D) $\frac{71}{6}$ E) $\frac{77}{6}$

51. 2012 – LYS 1 / MAT:

Birinci bölgede; y ekseni, y = 1 doğrusu ve $9x^2 + y^2 = 9$ elipsi arasında kalan bölge y ekseni etrafında 360° döndürülüyor.



Elde edilen dönel cismin hacmi kaç birim küptür?

A) $\frac{8\pi}{9}$ B) $\frac{10\pi}{9}$ C) $\frac{19\pi}{18}$

D) $\frac{25\pi}{27}$ E) $\frac{28\pi}{27}$

İNTEGRAL VE UYGULAMALARI
ÖSS - ÖYS - YGS - LYS SORULARI CEVAP ANAHTARI

1- A	2- C	3- B	4- A	5- E	6- D	7- B
8- E	9- C	10- B	11- A	12- E	13- C	14- C
15- D	16- E	17- E	18- D	19- A	20- D	21- A
22- D	23- B	24- D	25- A	26- B	27- C	28- A
29- A	30- E	31- D	32- E	33- A	34- A	35- C
36- A	37- C	38- B	39- D	40- A	41- D	42- C
43- C	44- A	45- C	46- C	47- B	48- A	49- D
50- C	51- E					